

RADNA
VERZIJA
v 1.0



Astronomska fotometrija za početnike



Astronomska fotometrija za početnike © 2025 by Astronomsko društvo Vega is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International. 

To view a copy of this license, visit <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Astronomska fotometrija za početnike

Verzija 1.0 (preliminarno nepotpuno izdanje)
fotometrija.advega.hr

Lipanj 2025.

Astronomsko društvo Vega



O autorima:

Ovaj priručnik nastao je kao dio edukacijskih aktivnosti Astronomskog društva Vega iz Čakovca. Na izradi ovog priručnika radili su dr.sc. Dejan Vinković (kao autor i koordinator projekta, AD Vega) i Zoran Novak (autor, AD Vega). Svojim aktivnostima doprinijeli su i Tibor Kozjak dizajnom naslovnice, ...

Sažetak

Fotometrija je jedna od temeljnih astronomskih metoda pomoću koje istražujemo Svetmir. U svojoj osnovi, astronomска fotometrija se svodi na mjerjenje svjetlosti koja iz nebeskih objekata dolazi do nas. Analizom takvih mjerena otkrivamo razna svojstva zvijezda, galaksija i drugih astronomskih tijela.

Ovaj priručnik namijenjen je učenicima, nastavnicima, mentorima i entuzijastima, i ima za cilj pružiti upute kako napraviti prve najjednostavnije korake u fotometriji. Pritom je za početak dovoljno imati samo fotoaparat, što je uobičajena oprema u školama. Mogućnosti se dodatno proširuju ako se posjeduje teleskop s praćenjem vrtnje neba, ili uz to i astronomska kamera.

Iako je razina sadržaja pogodna za srednjoškolce i studente, priručnik će biti koristan i mentorima za rad s osnovnoškolcima. Pretpostavka je da čitatelj nema veliko poznavanje astronomije, pa se stoga u prvom dijelu priručnika prolazi kroz osnovne teorijske koncepte relevantne za fotometriju. Zatim su opisane upute kako koristiti fotoaparat za snimanje neba i prikupljanje podataka, kao i kako obraditi slike u astronomskim programima, uključujući i upute kako napraviti fotometrijska mjerena. U zadnjem dijelu priručnika dajemo niz praktičnih primjera fotometrijskih projekata koji se mogu odraditi koristeći znanja i tehnike opisane u ovom priručniku.

Sadržaj

1 Uvod	1
1.1 Što je to astronomска фотометрија	1
1.2 Kome je ово намјенено и како се снаći	2
1.2.1 Primjena у основној школи: 5 i 6 razred	3
1.2.2 Primjena у основној школи: 7 i 8 razred	3
1.2.3 Primjena у средњој школи	4
2 Početni pojmovi	5
2.1 Potencija, logaritam, magnituda, indeks boje, medijan i srednja vrijednost	5
2.1.1 Potencije	5
2.1.2 Logaritmi	6
2.1.3 Magnitude	9
2.1.4 Indeks boje	11
2.1.5 Srednja vrijednost i medijan	12
2.2 Što je to digitalna slika	12
2.2.1 Što je to FITS (ili FIT ili FTS) format	14
2.3 Zašto zvijezde nisu točke (što je to PSF)	15
2.4 Važnost filtera u astronomiji	17
2.4.1 Bayerova matrica	17
2.4.2 Astronomski filteri	20
2.4.3 Povezanost filtera i fizikalnih procesa	21
2.5 Utjecaj atmosfere na mjerjenja sjaja zvijezda	22
2.6 Uvod u teoriju pogreške mjerjenja	25
2.6.1 Tipovi pogrešaka	25
2.6.2 Izračun pogreške višestrukih mjerjenja	26
2.6.3 Izračun pogreške pogrešaka mjerjenja	27
2.6.4 Posredna mjerjenja (propagacija pogreške)	27
2.6.5 Fotometrijska pogreška mjerjenja sjaja zvijezde	28
3 Snimanje neba	33
3.1 Prvi korak: snimanje fotoaparatom bez teleskopa i bez praćenja neba	33
3.2 Prvi korak: snimanje fotoaparatom kroz teleskop	36
3.3 Konverzija RGB slike u FITS format	36
3.3.1 Konverzija pomoću aplikacije ASTAP	37
3.4 Upotreba astronomskih filtera	37
4 Fotometrija	39
4.1 Jednostavna fotometrija - prvi koraci	39
4.1.1 Jednostavna fotometrija u programu SAOImageDS9	40
4.2 Problem saturacije zvijezda (upoznajte offset, ISO i gain)	43
4.3 Naprednija fotometrija: korekcija nepravilnosti na slici	45
4.3.1 Instalacija i podešavanje programa IRIS	46
4.3.2 Konverzija sirovog formata u FITS pomoću aplikacije IRIS	46
4.3.3 Priprema sirovih slika za daljnju obradu	47
4.3.4 Korekcija na offset (bias frame)	48
4.3.5 Korekcija na termalni šum (Dark frame)	49
4.3.6 Korekcija na nejednolikosti po površini slike (Flat field)	51

4.3.7	Korigiranje "vrućih" piksela	53
4.3.8	Korekcija astronomске slike za potrebe fotometrije	53
4.4	Izračun procjene fotometrijske pogreške	54
4.4.1	Jednostavna procjenja pogreške	54
4.4.2	Naprednija procjenja pogreške	55
5	Primjeri praktičnih projekata	57
5.1	Prva vježba koristeći najjednostavniju sliku neba	58
5.2	Utjecaj veličine aperture na točnost fotometrije	63
5.3	Ubacivanje nebeskog koordinatnog sustava i prepoznavanje objekata na slici	68
5.4	Ovisnost fotometrije o ekspoziciji i zašto koristiti defokus	71
5.5	Usporedba različitih načina konverzije u FITS format	73
5.5.1	Konverzija pomoću Python-a	73
5.5.2	Usporedba FITS slika iz ASTAP-a, IRIS-a i Pythona	74
5.5.3	Utjecaj demozaik metode na PSF zvijezda	75
Popis literature		77

POGLAVLJE 1

Uvod

Cilj ovog priručnika je omogućiti prve praktične znanstvene korake u astronomiji kod učenika, nastavnika, studenata, i općenito entuzijasta.

1.1 Što je to astronomska fotometrija

Ukoliko vas privlači bavljenje astronomijom, možete joj se posvetiti iz dva jednako uzbudljiva smjera: estetsko-umjetnički, gdje savladavate tehnike kojima težite stvoriti što upečatljivije snimke svemirskih ljepota, ili znanstveno-analitički, gdje vaše oko ili kameru tretirate kao mjerni instrument i težite vještinama analize podataka koje tako prikupite.

Ukoliko vas intrigira zakoračiti u ovu drugu skupinu, onda je dobar prvi korak upoznavanje s astronomskom fotometrijom. Fotometrija se bavi mjerjenjem količine svjetla koje dolazi do oka, a astronomska verzija toga je mjerjenje svjetla pomoću instrumenata poput današnjih digitalnih kamera.

Strogo govoreći, cilj vam je izmjeriti gustoću toka zračenja (astronomi to na engleskom nazivaju *flux density* ili jednostavno samo *flux*), tj. energiju koja prolazi kroz jedinicu površine u jedinici vremena (W/m^2 , u hrvatskom ćete pronaći i nazine *ozračenje* ili *iradijacija*). Drugim riječima, interesira vas koliko je energije prikupio piksel kamere tijekom vremena trajanja prikupljanja svjetla na senzoru (eksponicija, tj. fotograf bi rekli tijekom „brzine zatvarača“). Primijetite da koristimo izraze *svjetlo* i *zračenje*: u biti, radi se o jednom te istom, ali pod svjetlo mislit ćemo prvenstveno na oku vidljivo zračenje, a pod zračenje mislimo na općenito bilo koju valnu dužinu (tj., energiju) fotona.

Tu se odmah susrećemo s prvom ključnom razlikom između umjetničke i analitičke fotografije svemira. Ako vam je cilj stvoriti što ljepšu sliku, onda ćete raznim tehnikama proizvoljno mijenjati vrijednosti piksela ne bi li uspjeli istaknuti detalje koji vas zanimaju. To onda zovemo astrofotografija. Ali ako vas zanima koristiti kameru kao mjerni instrument, onda je imperativ očitati stvarne vrijednosti piksela, bez estetskih manipulacija, ne bi li dobili informaciju o količini svjetla koje je pristiglo iz svemirskog izvora kojeg proučavamo (npr. neke zvijezde).

Fotometrija se u biti svodi na zbrajanje vrijednosti u pikselima (najmanjim dijelovima slike) koje je osvijetlila zvijezda. Velik problem je međutim da vrijednosti koje piksel ima ne dolaze samo od sjaja zvijezde. Te dodatne doprinose nazivamo šum i izvori su raznoliki.

Velik doprinos dolazi od toga što samo nebo, tj. atmosfera, svijetli, posebice ako snimate s neke lokacije koja ima osjetno svjetlosno onečišćenje. Razni zemaljski izvori svjetla raspršuju se u atmosferi i stvaraju pozadinski sjaj neba kojeg zvijezda ili galaksija mora nadjačati svojim sjajem da ju uopće i vidite. Ali čak i savršeno tamno nebo ima neki sjaj, samo što je puno manji pa ćete stoga imati i više vidljivih zvijezda na vašoj slici.

Uz to, i sama kamera stvara vlastiti šum, što možete detektirati ako zatvorite objektiv poklopcom i okinete fotografiju iste ekspozicije kao i kad ste snimali nebo. Takva tamna fotografija neće imati vrijednosti nula u pikselima, čemu je uzrok sama kamera.

Uz sve to, dodatni problem je što sav taj šum varira od slike do slike. Šum može imati i strukturu ako dolazi od prašine na senzoru ili objektivu, a i sam objektiv ili teleskop stvara nejednoliko osvjetljavanje senzora kamere. Postoji čitava znanost iza toga što i kako se sve generira šum i nepravilnosti na slici. U ovom priručniku ćemo se zadovoljiti jednostavnijim metodama uklanjanja šuma i korigiranja slika. Time smo prihvatali i veću grešku mjerjenja, ali to će biti dovoljno dobro za započeti se baviti fotometrijom.

1.2 Kome je ovo namijenjeno i kako se snaći

Kao sa svim novim stvarima, najvažnije i najteže je uložiti početni trud i vrijeme. To vrijedi i s ovim priručnikom. Cilj je omogućiti prve, vrlo jednostavne korake u astronomsku fotometriju, sa što manje komplikacija. Priručnik pruža nekoliko početničkih razina znanja fotometrije, što je dovoljno za izvođenje mnoštva zabavnih opažačkih projekata iz astronomije.

Priručnik je pisan s idejom da ga mogu pratiti srednjoškolci, mentori, i astronomski entuzijasti bez bitnog predznanja iz astronomije. Kroz uvodna poglavlja čitatelj se može upoznati s potrebnim minimalnim znanjima, ali isto tako nastavnici i mentori mogu koristiti priručnik u svojem radu s osnovnoškolcima. Praktični primjeri idu od vrlo jednostavnih, zamišljenih kao prvi koraci u fotometriju, pa do zahtjevnijih, gdje se upuštamo u prava mala znanstvena istraživanja.

Ako se netko nakon ovog priručnika odluči upustiti još dublje u problematiku i precizniju fotometriju, postoje priručnici organizacije The American Association of Variable Star Observers (AAVSO) koji su bili i početni korak u izradi našeg priručnika. Za takve napredne astronome preporučamo njihove priručnike The AAVSO DSLR Observing Manual¹ ako snimate nebo fotoaparatom [5] ili (posebno detaljan) AAVSO Guide to CCD/C-MOS Photometry² ako snimate astro-kamerom [6].

Osnovni preduvjeti za korištenje našeg priručnika su:

- Minimalna prethodna znanja astronomije: fotometrija je alat za proučavanje Svemira, tako da o puno novih stvari o astronomiji možete učiti i u hodu;
- Minimalna oprema: dovoljno je za početak imati fotoaparat, što škole uglavnom danas imaju;
- Teleskop nije nužan, ali je koristan: teleskop vam otvara više mogućnosti za zahtjevniju fotometriju, ali to opet ovisi o tome ima li teleskop praćenje, a nakon toga imate li možda i astro-kameru;
- Osnove matematike: astronomi rade s magnitudama, koje su u biti logaritamska funkcija, tako da to morate savladati (iako kod osnovnoškolaca se mogu napraviti vježbe gdje se ne ulazi u pojma magnitude i logaritma).

¹<https://www.aavso.org/dslr-camera-photometry-guide>

²<https://www.aavso.org/ccd-camera-photometry-guide>

- Korištenje računala: priručnik daje detaljne upute koje programe koristiti i kako u njima napraviti mjerena. To je dovoljno za početak, jer se s time mogu raditi i napredni astronomski projekti. A ako ste vični programiranju onda vam se otvaraju i dodatne mogućnosti.

1.2.1 Primjena u osnovnoj školi: 5 i 6 razred

Kod osnovnoškolaca je pretpostavka da se ovim priručnikom služe nastavnici ili mentori koji rade s učenicima. Najvažnije je u tom slučaju procijeniti što od teorijskog predznanja treba izbjegavati jer bi bilo konceptualno prezahтjevni. Na primjer, *kod osnovnoškolaca izbjegavajte logaritme, što onda znači i magnitude*. Fotometriju zadržite na vrijednostima sume piksela bez da nakon toga uzimate logaritam i pretvarate to u magnitude.

Naš prijedlog redoslijeda tema za početni rad s učenicima ovog uzrasta temelji se na pretpostavci da će učenici koristiti fotoaparat:

poglavlje	tema	ilustracija
2.2	Što je to digitalna slika	Slika 2.6
-	Kako izgleda zvijezda na slici	Slika 2.7
2.4.1	Bayerova RGB matrica	Slike 2.9, 2.10
2.6.1	Tipovi pogrešaka	-
3.1	Snimanje fotoaparatom bez teleskopa i bez praćenja neba	Slike 3.1-3.5
3.3.1	Konverzija u FITS format	-
2.1.5	Što je to srednja vrijednost i medijan	-
4.1.1	Jednostavna fotometrija u programu SAOImageDS9	Slike 4.1,4.2

1.2.2 Primjena u osnovnoj školi: 7 i 8 razred

Kod starijih osnovnoškolaca proširujemo teme koje su spomenute za uzrast 5. i 6. razreda. Sada već važnu ulogu počinju igrati matematičke vještine kod učenika. Fotometrija u svojoj osnovi je zapravo primjenjena matematika, i raspon tema koje se mogu sada raditi ovisi o tome koliko su učenici sposobni savladati razine koje nadilaze uobičajena školska predznanja.

Predlažemo pokušati sa slijedećim temama (oznaka "Ekstra" označava dodatne naprednije teme):

poglavlje	tema	ilustracija
2.2	Što je to digitalna slika	Slika 2.6
-	Kako izgleda zvijezda na slici	Slika 2.7
2.3	Ekstra: Zašto zvijezde nisu točke	-
2.4.1	Bayerova RGB matrica	Slike 2.9, 2.10
2.4	Ekstra: Važnost filtera u astronomiji	Slike 2.11-2.13
2.6.1	Tipovi pogrešaka	-
2.6.2,2.6.3,2.6.5	Ekstra: Izračuni pogrešaka fotometrije	-
3.1	Snimanje fotoaparatom bez teleskopa	Slike 3.1-3.5

	i bez praćenja neba	
3.3.1	Konverzija u FITS format	-
2.1.5	Što je to srednja vrijednost i medijan	-
4.1.1	Jednostavna fotometrija u programu SAOImageDS9	Slike 4.1,4.2
4.2	Extra: Problem saturacije piksela	Slike 4.3-4.4

1.2.3 Primjena u srednjoj školi

Glavni iskorak kod srednjoškolaca je da se mogu koristiti logaritmi (a time i magnitude). Iako se u nastavi matematike logaritmi obrađuju tek sredinom srednje škole, neće biti problem da i učenici na početku srednje škole savladaju koncept logaritama u poglavlju 2.1.2. Time čitav priručnik postaje pogodan za srednjoškolce, ali je pitanje kojim redoslijedom obradivati ovako opširan sadržaj.

Naša preporuka je slijedeća:

- krenete s osnovnim redoslijedom previđenim za 7. i 8. razred osnovne škole,
- nakon toga odradite sadržaje označene kao "ekstra" u tom popisu tema,
- posebnu pažnju posvetite izračunima pogreške u poglavlju 2.6,
- nakon savladavanja osnova fotometrije, krenite na naprednije teme kroz poglavlje 4.3.

POGLAVLJE 2

Početni pojmovi

Prije nego krenemo s fotometrijom moramo biti sigurni da razumijemo osnovne pojmove i matematiku koja se pritom koristi.

Za napraviti prve korake u fotometriji nije potrebno vrlo napredno znanje iz astronomije ili matematike. Ali s nekim osnovnim pojmovima se morate upoznati. Svi su jednostavni i mogu ih savladati i osnovnoškolci. Naravno, sve ima i svoje komplikirane verzije, pa je stoga uvijek moguće "zaroniti" puno dublje u fiziku i matematiku svakog pojma s kojim se susretnete. Međutim, cilj ovog priručnika je da vam omogući prve osnovne korake.

2.1 Potencija, logaritam, magnituda, indeks boje, medijan i srednja vrijednost

Astronomija se temeljni na nekoliko ključnih matematičkih pojmoveva bez kojih se ne može raditi fotometrija. Ako vam nisu poznati, lako ćete ih naučiti jer nisu teški. Ako neka vježba u ovom priručniku traži dodatnu matematiku koja nije samo logaritam, magnituda, medijan ili srednja vrijednost, objasniti ćemo je unutar te vježbe.

2.1.1 Potencije

Prvo krećemo od potencija koje su skraćeni zapis umnoška istih brojeva. Na primjer, ako broj x množimo n puta sa samim sobom koristiti ćemo zapis *x na n-tu potenciju*:

$$x^n = \underbrace{x \cdot x \cdot x \dots x \cdot x \cdot x}_{n \text{ faktora}} \quad (2.1)$$

gdje broj x zovemo bazom (eng. base), a n eksponentom (eng. exponent, index, power) potencije. S ovakvim zapisom vjerojatno ste se susreli kod pisanja velikih brojeva gdje koristimo bazu 10, poput:

$$\begin{aligned} 10^{-9} &= 0.000\,000\,001 = 0.1 \cdot 0.1 \\ 10^{-2} &= 0.01 = 0.1 \cdot 0.1 \\ 10^{-1} &= 0.1 \\ 10^0 &= 1 \\ 10^1 &= 10 \\ 10^2 &= 100 = 10 \cdot 10 \\ 10^9 &= 1\,000\,000\,000 = 10 \cdot 10 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Inverznu operaciju potenciji zovemo *korijen*. Recimo kvadratni korijen, $\sqrt[2]{100} = \sqrt{10 \cdot 10} = \sqrt{10^2} = 10$. Ili kubni (tj. treći) korijen, $\sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{10 \cdot 10 \cdot 10} = \sqrt[3]{10^3} = 10$. Pritom kvadratni korijen pišemo uglavnom na pojednostavljen način $\sqrt[n]{} = \sqrt{}$ jer je jako često u upotrebi. Primijetite sada poveznicu s potencijama na ovom primjeru: $\sqrt[3]{1000000000} = \sqrt[3]{10^9} = \sqrt[3]{1000 \cdot 1000 \cdot 1000} = \sqrt[3]{1000^3} = 1000 = 10^3 = 10^{9/3}$. Ovo nam sugerira da možemo pisati $\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$.

Evo i općenitih pravila koja vrijede za potencije:

$$\begin{aligned}\sqrt[n]{x} &= x^{1/n} \\ (x^n)^m &= x^{n \cdot m} \\ x^{-n} &= \frac{1}{x^n} \\ x^n \cdot x^m &= x^{n+m} \\ \frac{x^n}{x^m} &= x^{n-m} \\ x^0 &= 1\end{aligned}\tag{2.3}$$

Međutim, potencije ne moraju imati samo cijele brojeve za bazu i eksponent. Evo primjera nekih općenitih potencija:

$$\begin{aligned}10^{0.5} &= 10^{1/2} = \sqrt{10} = 3.16227766017... \\ 100^{0.2} &= 100^{1/5} = \sqrt[5]{100} = 10^{2/5} = 2.51188643151... \\ 100^{-0.2} &= 10^{-2/5} = \frac{1}{10^{2/5}} = 0.39810717055... \\ 1.5^{2.5} &= 2.75567596063... \\ 10^\pi &= 1385.45573137... \\ \pi^{-2} &= 0.10132118364... \\ \pi^\pi &= 36.4621596072...\end{aligned}\tag{2.4}$$

2.1.2 Logaritmi

Što ako za neku bazu znamo rezultat potenciranja, ali ne znamo koji je bio eksponent? Recimo, ako vas netko pita koji je eksponent potreban da bi koristeći bazu 10 dobili broj 1000, znate odmah da je to 3 jer je $10^3 = 1000$. Matematički to onda zapisujemo kao *logaritam s bazom 10*:

$$\log_{10} 1000 = \log_{10} 10^3 = 3$$

ili općenito ako za neku bazu x vrijedi $y = x^n$ onda je logaritam definiran kao:

$$\log_x y = \log_x (x^n) = n\tag{2.5}$$

x	y	$\log x$	$\log y$
0.001	1	-3	0
0.01	2	-2	0.301029996
0.1	4	-1	0.602059991
1	8	0	0.903089987
10	16	1	1.204119983
100	32	2	1.505149978
1000	64	3	1.806179974

Tablica 2.1: Primjer varijabli x i y koje imaju veliki raspon vrijednosti.

Evo nekih primjera logaritama koristeći primjere potencija iz jednadžbi 2.2 i 2.4:

$$\begin{aligned}
 \log_{10} 0.000\,000\,001 &= -9 \\
 \log_{10} 100 &= 2 \\
 \log_{10} 3.16227766017 &\approx 0.5 \\
 \log_{100} 0.39810717055 &\approx -0.2 \\
 \log_{1.5} 2.75567596063 &\approx 2.5 \\
 \log_{\pi} 0.10132118364 &\approx -2 \\
 \log_{\pi} 36.4621596072 &\approx \pi
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

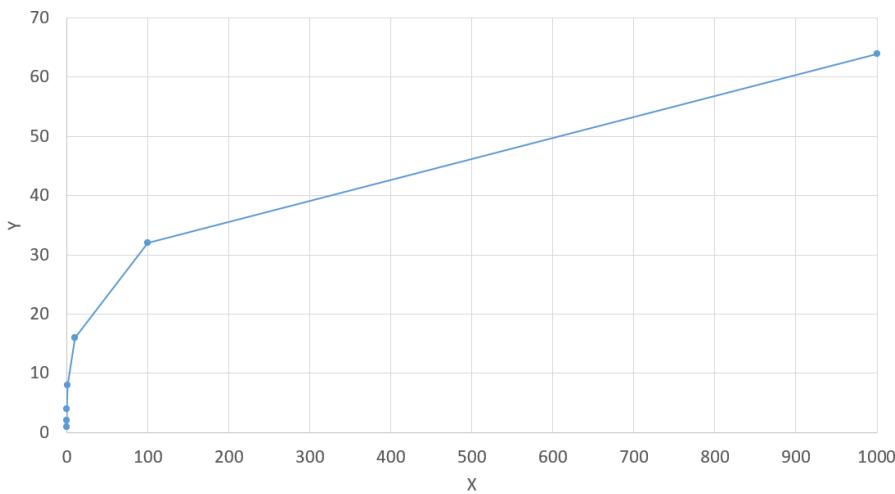
Budući da je u praksi baza 10 najčešće u upotrebi, uobičajeno je pisati takve logaritme bez oznake baze, tj. $\log_{10} = \log$. Uz to, u svijetu prirodnih znanosti pojavljuje se često baza s brojem e , koji je konstanta (kao što je i broj π konstanta) koja iznosi $e = 2.71828182846\dots$. Logaritam s bazom e zove se *prirodni logaritam* i označava kao $\log_e = \ln$.

Matematičke operacije s logaritmima slijede neka pravila:

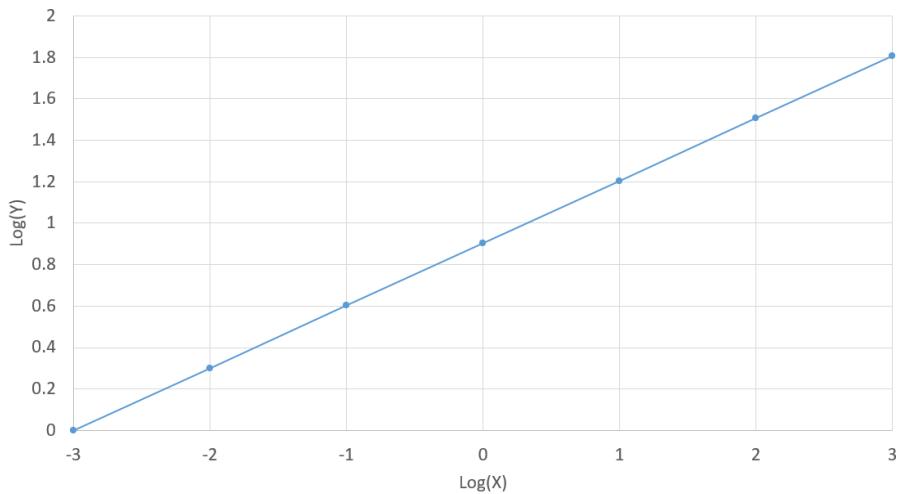
$$\begin{aligned}
 \log_x 1 &= 0 \\
 \log_x x &= 1 \\
 \log_x(y \cdot z) &= \log_x y + \log_x z \\
 \log_x \left(\frac{y}{z} \right) &= \log_x y - \log_x z \\
 \log_x y^z &= z \log_x y \\
 \log_x y &= \frac{1}{\log_y x} \\
 \log_x y &= \frac{\log_z y}{\log_z x} \quad (\text{prelazak na novu bazu})
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Zašto nam je logaritam važan? Zato što je svemir prepun primjera gigantskih razlika u fizikalnim veličinama: udaljenostima između zvijezda i galaksija, sjaju svemirskih objekata i njihovoj masi, itd. Stoga se pojavljuje problem kako baratati takvim skalama u praksi, poput prikazivanja na grafikonu.

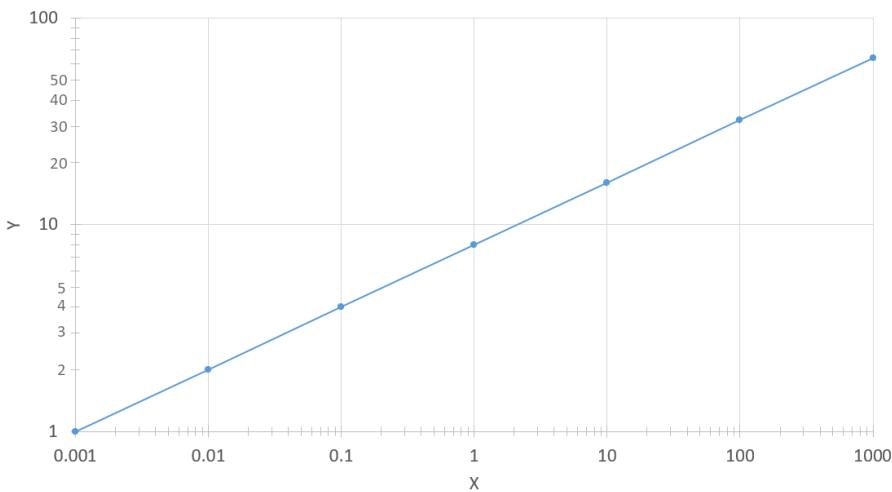
Pogledajmo to na primjeru izmišljenih veličina x i y čije su vrijednosti izlistane u tablici 2.1. Slika 2.1 prikazuje kako izgleda grafikon ako se koriste uobičajene koordinatne osi. Zbog velikih razlika u vrijednostima, točke na grafu su uglavnom stisnute u maleni prostor



Slika 2.1: Grafički prikaz odnosa između varijabli x i y iz tablice 2.1. Grafikon koristi obične linearne koordinate osi.



Slika 2.2: Grafički prikaz odnosa između $\log x$ i $\log y$ iz tablice 2.1. Grafikon koristi obične linearne koordinate osi.



Slika 2.3: Grafički prikaz odnosa između varijabli x i y iz tablice 2.1. Grafikon koristi logaritamske koordinate osi.

grafikona. Međutim, ako umjesto x i y grafički prikažemo $\log x$ i $\log y$, vidimo kako lijep graf koji prikazuje odnos i između vrlo malenih i između vrlo velikih vrijednosti od x i y (vidi sliku 2.2). Ali možda sada niste zadovoljni jer na koordinatnim osima su vrijednosti eksponenta broja 10 (jer log služi za izračun tog eksponenta). Ako želite i dalje vidjeti kolike su vrijednosti x i y na osima, a da pritom ne gubite i predivno svojstvo logaritma, onda možete koordinate osi prikazati na logaritamskoj skali. Kako to izgleda prikazano je na slici 2.3.

U astronomiji je uobičajeno koristi logaritamske skale, pa je stoga važno se na njih naviknuti. Uostalom, jedinica za sjaj je *magnituda* (vidi iduće poglavlje 2.1.3), koja je u stvari logaritam sjaja zvijezda ili galaksija. Zato je logaritam sastavni dio fotometrije.

2.1.3 Magnitude

Tijekom gotovo čitave svoje povijesti ljudi su noćno nebo promatrali samo očima. Čak i kada se pojavio teleskop prije oko 400 godina s Galileovim prvim promatranjima, i dalje je sve bilo samo s očima. Tek pojmom fotografije u 19. stoljeću promatranja svemira mogla su se prenijeti na instrumente. Ali do tada astronomija se već temeljila na sustavu određivanja sjaja zvijezda kroz ono kako to vidi ljudsko oko, tj. mozak. A ljudska percepcija svjetla je u biti gotovo pa logaritamska.

Stoga je u modernoj astronomiji uveden sustav mjerjenja sjaja zvijezda u *magnitudama* koje su definirane na način da razlika od jedne magnitude odgovara omjeru sjaja zvijezda od $100^{1/5} = \sqrt[5]{100} = 10^{2/5}$. Drugim riječima, ako zvijezde A i B imaju sjaj F_A i F_B , a magnitude m_A i m_B , tada vrijedi:

$$\frac{F_A}{F_B} = \left(10^{2/5}\right)^{m_B - m_A} = 10^{(m_B - m_A)/2.5} \quad (2.8)$$

Ako sada primijenimo logaritam na lijevu i desnu stranu jednadžbe i koristimo pravila iz jednadžbi 2.7, dobijemo općenito pravilo za magnitude koju moramo zapamtiti:

$$m_A - m_B = -2.5 \log \frac{F_A}{F_B} \quad (2.9)$$

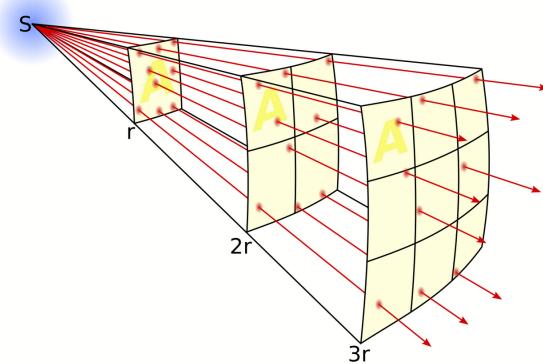
Iz ove jednadžbe uočavamo dva važna svojstva magnitude:

- ako je zvijezda B 100 puta sjajnija od zvijezde A, onda je razlika njihovih magnituda $m_A - m_B = 5$ (jer je $\log(1/100) = -2$),
- što je zvijezda sjajnija, to je njezina magnitude manja.

Kada mjerimo sjaj mi u stvari mjerimo gustoću toka zračenja (eng. *flux density*), tj. koliko energije je prošlo kroz površinu našeg senzora unutar nekog vremena i u nekom rasponu valnih dužina svjetlosti na koje je senzor osjetljiv. Stoga je mjerna jedinica¹ gustoće toka zračenja W/m^2 . Kada kažemo *sjaj zvijezde* mislimo na tu veličinu.

Primijetite da kod magnitude imamo slobodu definirati što je to nulta magnitude. Ako definiramo vrijednost gustoće toka zračenja F_0 za koji je magnitude nula, onda govorimo

¹Ako nas zanima spektar zvijezde onda nam treba gustoća toka zračenja po valnoj dužini (mjereno recimo u μm) ili frekvenciji (mjereno u Hz) svjetlosti, pa je mjerna jedinica $\text{W}/(\text{m}^2 \mu\text{m})$ ili $\text{W}/(\text{m}^2 \text{Hz})$.



Slika 2.4: Svjetlost koja se širi iz jedne točke u svim smjerovima prati zakon opadanja gustoće toka zračenja s kvadratom udaljenosti jer površina kroz koji prolazi ista količina energija raste s kvadratom udaljenosti. Preuzeto iz https://en.wikipedia.org/wiki/Inverse-square_law.

o *prividnoj magnitudi* zvijezde kojoj je gustoća toka zračenja F :

$$m = -2.5 \log \frac{F}{F_0} \quad (2.10)$$

Na žalost, realnost života astronoma je poveća konfuzija oko toga kolika je vrijednost F_0 . Svaki instrument ima svoju posebnu osjetljivost na razne valne dužine (boje) svjetlosti. Stoga su astronomi uveli neke standardne filtere kojima je zadatak da u senzore propuste točno definirani raspon boja kako bi F_0 mјeren različitim kamerama i teleskopima imao istu vrijednost. Usprkos tome, precizna fotometrija zahtjeva da se kameru i filtere "kalibrira" na standardne zvijezde, tj. da se usporedi poznata magnituda tih zvijezda s magnitudama koje daje kamera. O filterima pišemo više u poglavlju 2.4. Ako pak smo u mogućnosti da zbrojimo energiju izračenu po svim valnim dužinama, od UV do radio područja (iako u praksi najviše dolazi iz nekog uskog raspona valnih dužina, poput vidljivih boja svjetla), tada to nazivamo *bolometrijsku magnitudu*. Ali s time se u ovim početnim koracima fotometrije nećete susresti.

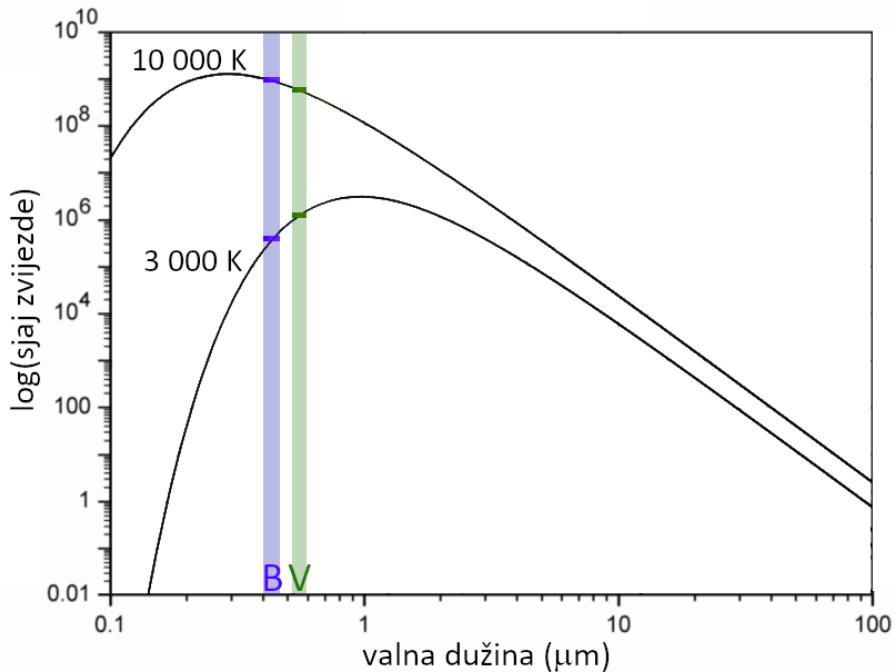
Kada za zvijezdu kažemo da ima neku magnitudu, bez navođenja detalja o filteru, onda se vjerojatno misli na tzv. *vidljivu magnitudu* koja je u stvari mјerena kroz standardni Johnson V filter (najpopularniji filter koji pokriva zelene nijanse i djelomično žute; vidi poglavlje 2.4). Recimo, Sunce ima magnitudu -26.8, puni Mjesec ima -12.5, a zvijezda Sirius -1.5.

Očito da je Sunce puno sjajnija zvijezda na nebu od Sirusa jer nam je i puno bliže. Ako želimo uspoređivati stvarni sjaj zvijezda pomoću magnituda, onda moramo mjeriti njihov sjaj na istim udaljenostima. Astronomi su zato uveli koncept *apsolutne magnitude* kod koje su sve zvijezde postavljene na udaljenost od 10 pc (parseka²) od nas.

Budući da mi ne možemo putovati po svemиру za dolaziti na te udaljenosti od zvijezda, koristimo svojstvo svjetlosti da gustoća toka zračenja opada s kvadratom udaljenosti (vidi sliku 2.4). To znači da za zvijezdu koja ima sjaj F i udaljenost d od nas, a sjaj F_{10} na udaljenosti od 10 pc, vrijedi

$$\frac{F}{F_{10}} = \left(\frac{10\text{pc}}{d} \right)^2 \quad (2.11)$$

²1 parsek (pc) = 3.261598 svjetlosnih godina



Slika 2.5: Vruća i hladnja zvijezda osjetno se razlikuju u obliku svoje krivulje količine zračenja po valnim dužinama. Ako im mjerimo sjaj kroz B i V filter, uočiti ćemo da vruća zvijezda ima sjaj $F_B > F_V$ dok hladnja ima $F_B < F_V$. Zato je indeks boje (vidi jednadžbu 2.13) vruće zvijezde $(B - V) < 0$, a hladnije zvijezde $(B - V) > 0$.

Ako sada logaritmiramo lijevu i desnu stranu jednadžbe, te primijenimo definiciju magnitudo iz formule 2.10, kao i pravila za logaritme iz jednadžbi 2.7, dobijemo

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10\text{pc}} \quad (2.12)$$

gdje je m prividna, a M absolutna magnituda zvijezde. Vrijednost M nam je sada od velike važnosti jer je povezana s ukupno izračenom energijom zvijezde na način da se zvijezde mogu uspoređivati. Drugim riječima, M je čudan način zapisa ukupno izračene energije zvijezde.

2.1.4 Indeks boje

Čak i ako ne znamo absolutnu magnitudu zvijezde, možemo nešto zaključiti o njoj samo iz fotometrije kroz različite filtere. Najpoznatiji takav primjer je usporedba magnituda izmjerena kroz Johnson B i V filter (vidi poglavljje 2.4). B filter pokriva uglavnom plavoljubičasti dio spektra, dok V filter propušta uglavnom zeleno-žute boje. Ako izmjerimo B magnitudu m_B i V magnitudu m_V za zvijezdu koja ima sjaj F_B u području B filtera i F_V u području kojeg pokriva V filter, onda je indeks boje $(B - V)$ definiran kao

$$(B - V) = m_B - m_V = -2.5 \log \frac{F_B}{F_V} \quad (2.13)$$

Na primjeru iz slike 2.5 možemo vidjeti zašto je takav indeks boje povezan s temperaturom zvijezde. Općenito pravilo je da manji indeks boje znači veću temperaturu.

2.1.5 Srednja vrijednost i medijan

Kod fotometrije baratamo s mnoštvom brojeva koji su zapisani kao vrijednosti piksela slike (vidi poglavlje 2.2 o tome što je to digitalna slika). Stoga se uvijek susrećemo s problemom kako usrednjiti te vrijednosti. Prvi način je *srednja vrijednost* (eng. average, mean). Ako imamo N piksela, gdje je vrijednost n -tog piksela x_n , onda je srednja vrijednost definirana kao

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{N-2} + x_{N-1} + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n \quad (2.14)$$

Na primjer, ako imamo 7 brojeva $x = (2, 6, 10, 10, 11, 13, 32)$, onda je njihov zbroj 84, a srednja vrijednost 12.

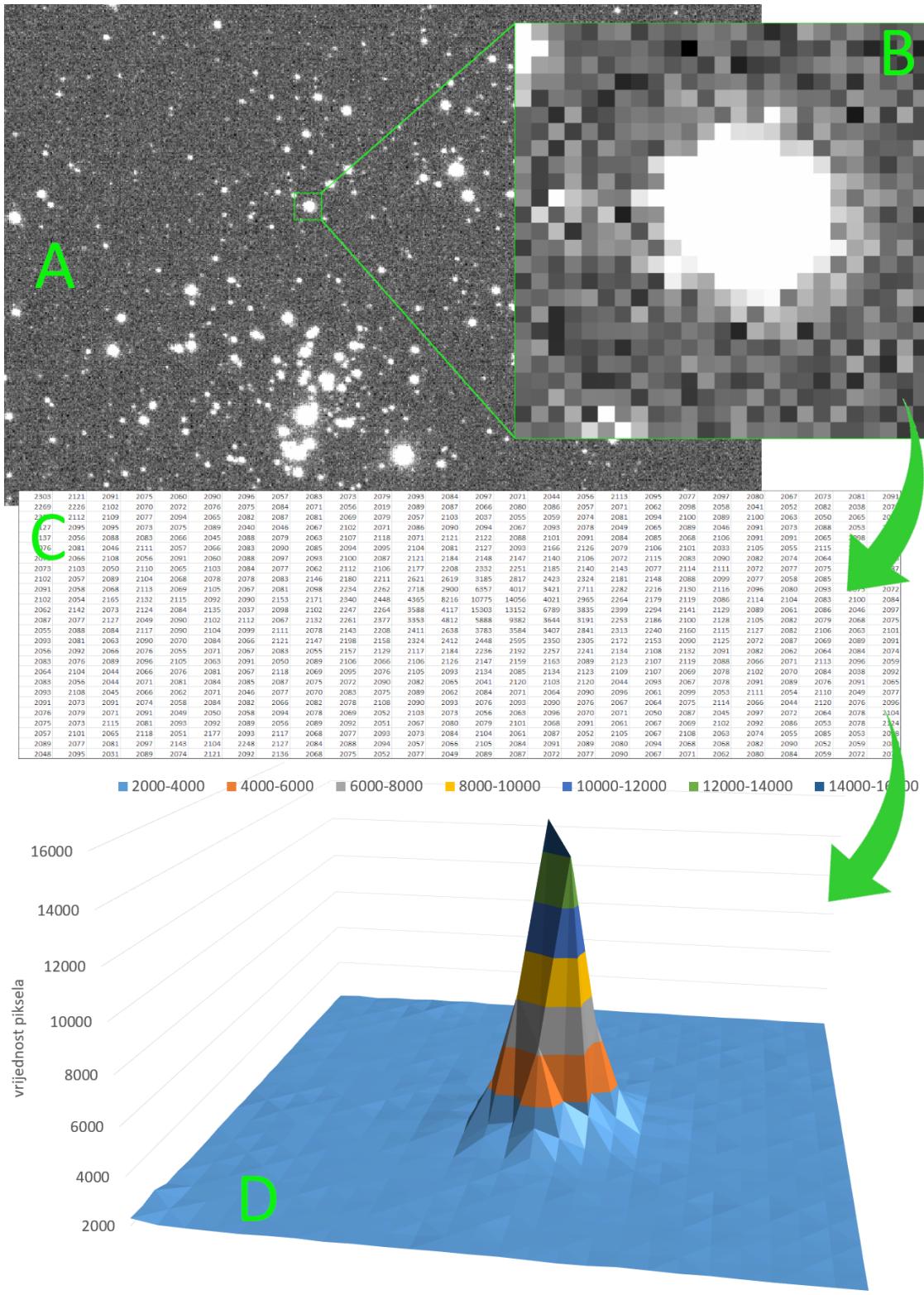
Drugi način se naziva *medijan* (eng. median) i koristimo drugačiji pristup. Prvo brojeve poredamo po veličini, a onda odaberemo broj poredan u sredini kao medijan. Recimo, u prethodnom primjeru medijan je 10 jer ima 3 vrijednosti manje od ili jednake 10 i 3 veće od ili jednake 10. Ako baratamo s parnim brojem piksela, onda uzimamo sredinu između dvije vrijednosti pozicionirane u sredini po veličini. Na primjer, ako imamo 8 brojeva $x = (2, 6, 10, 10, 11, 13, 32, 40)$, medijan je $(10+11)/2=10.5$.

Primijetimo kako se srednja vrijednost i medijan razlikuju. Ta razlika postaje jako važna u fotometriji kada imamo nerazumno velike vrijednosti u pojedinim pikselima jer su takvi pikseli pokvareni, tj. ne reagiraju ispravno na podražaj svjetlom (tzv. vrući pikseli). Srednja vrijednost je jako osjetljiva na takve pojedinačne ekstremne vrijednosti, dok ih medijan ignorira. Na primjer, uzmimo da jedan od 7 piksela ima jako veliku vrijednost $x = (2, 6, 10, 10, 11, 13, 1019)$. Zbroj je sada 1071, a srednja vrijednost 153. Za razliku od toga medijan se nije promijenio - i dalje je 10.

2.2 Što je to digitalna slika

Iako pojam digitalne slike može biti dosta širok, nas zanima onaj najčešći i najjednostavniji oblik gdje se misli na brojčani prikaz dvodimenzionalne slike na način da se ona podijeli na mnoštvo malenih elemenata koje zovemo *pikseli*. Svaki piksel ima svoj položaj po visini i širini slike, te brojčanu vrijednost koja odgovara intenzitetu svjetla koje dolazi iz tog sitnog komadića slike. Na slici 2.6 prikazan je primjer kako izgleda zvijezda na digitalnoj slici.

U stvari, digitalna slika nije ništa drugo nego li velika tablica brojeva. Širinu i visinu tablice nazivamo rezolucija, i govori nam na koliko smo piksela podijelili sliku. U astronomiji piksel igra važnu ulogu jer predstavlja sitnu površinu neba, te je stoga najmanji detektor svjetla unutar kamere kojom injerimo sjaj neba. Digitalna kamera ima senzor koji se sastoji od mnoštva sitnih detektora svjetla i svaki od tih detektora odgovara jednom pikselu. Kada se očitaju vrijednosti u svim pikselima dobije se digitalna slika. U upotrebi su dva tipa takvih senzora: CCD (Charge-Coupled Device) i CMOS (Complementary Metal Oxide Semiconductors). CMOS je prevladao na tržištu tako da vjerojatno vaša kamera ima CMOS. Razlike su u načinu kako funkcioniraju njihovi elektronički sklopovi, ali za naše potrebe fotometrije na ovoj razini te razlike su nebitne.



Slika 2.6: Astronomska digitalna slika neba (A) sastoji se od piksela, koje možemo zamisliti kao sitne kvadratiće koji prikupljaju svjetlo iz svog malog komadića neba. Zvijezda prekrivena pikselima (B) je područje u kojem su pikseli prikupili više svjetla. U memoriji računala pikseli su zapisani kao niz brojeva, po redcima i stupcima (C). Fotometrija se bavi statistikom tih zapisanih brojeva koji predstavljaju izmjerene vrijednosti svjetla neba. Stoga sliku zvijezde možemo prikazati i kao 3D graf (D) gdje iz ravnine koju predstavlja nebo izravanju vrijednosti piksela. U ovom prikazanom primjeru nebo ima sjaj od oko 2000, uglavnom zbog svjetlosnog onečišćenja neba i signala kojeg stvara sam senzor bez obzira na nebo. Iz tog pozadinskog sjaja neba izvire poput planine zvijezda koja ima maksimalnu vrijednost 15303.

Svetlo zvijezde dovoljno sjajne da se vidi na slici pada na više od jednog piksela istovremeno (vidi poglavlje 2.3 o tome zašto zvijezde nisu točka). Zato su zvijezde mali, ali sjajni "otoci" svjetla na mračnoj pozadini neba (vidi sliku 2.6). Budući da nam je u fotometriji cilj izmjeriti sjaj zvijezde, baviti ćemo se u stvari sa statistikom brojeva zapisanih u pikselima koje pokriva zvijezda u usporedbi s pikselima oko zvijezde.

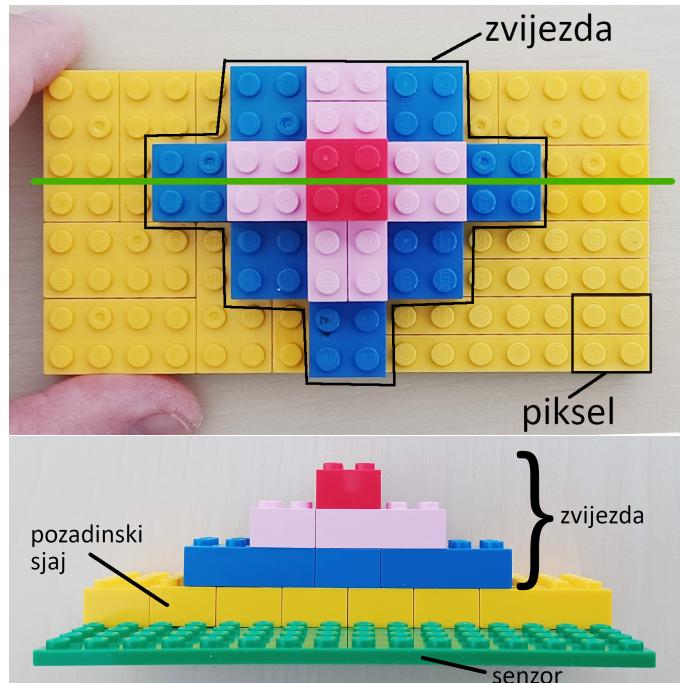
Piksel sam za sebe je detektor koji reagira na svjetlo vrlo širokog raspona boja, od vidljivih do nevidljivih (UV i infracrveno). Stoga se ispred piksela stavlju filteri koji propuštaju samo neki specifični raspon boja. U poglavlju 2.4 opisujemo ulogu tih filtera u fotometriji. Ako koristite fotoaparat onda vam se slika sprema u memoriju na način da svaki piksel ima zapisana tri broja. Oni su posljedica posebne vrste filtera kojeg zovemo Bayerova matrica, postavljenog na sam senzor kamere. O tome možete detaljnije pročitati u poglavlju 2.4.1. Te tri vrijednosti se na ekranu monitora onda prikazuju kao crvena, zelena i plava boja. Budući da fotometriju ne možemo raditi s takvim zapisom slike, u uputama za fotometriju biti će i dio o tome kako sliku s tri broja u pikselima pretvoriti u tri slike sa samo jednim brojem u pikselima.

2.2.1 Što je to FITS (ili FIT ili FTS) format

Budući da su slike u stvari velika tablica brojeva, postoji razni načini kako tu tablicu zapisati na disk računala ili memorijsku karticu. Recimo da slika ima 5184 redaka i 3456 stupaca. To je gotovo 18 milijuna piksela (rekli bi da je to kamera od 18 megapixela). Još ako moramo zapisati tri broja po pikselu, to postaje velika količina podataka. U svakodnevnoj primjeni želi se smanjiti taj zapis (to nazivamo *kompresija slike*), pa su izmišljeni razni matematički trikovi kojima se to postiže. Dijelimo ih u dvije skupine: kompresije koje ne gube ništa od podataka o pikselima (eng. lossless compression), i kompresije koje djelomično izmjene vrijednosti nekih piksela i tako degradiraju kvalitetu slike, ali postižu osjetno manju veličinu zapisa (eng. lossy compression).

Za fotometriju je krucijalno do se ne koriste zapisi slike koji mijenjaju vrijednosti piksela. Stoga ako koristite fotoaparat morate aktivirati spremanje slike u sirovom formatu (npr., .CR2 za Canon, .NEF za Nikon). Nipošto u .JPG jer se tim formatom gube informacije o točnom sjaju piksela! Fotometriju je uobičajeno raditi u astronomskim programima koji traže da je vaša slika u FITS formatu (ponekad se naziva i FIT ili FTS), koji se standardno koristi u astronomiji. Ako imate astro-kameru (specifične kamere predviđene za astronomiju) onda vam slika može automatski biti spremljena u FITS formatu. Ako koristite fotoaparat, onda ćete sirovi format kasnije pretvoriti u FITS format (uputa kako to napraviti nalazi se u poglavlju 3.3).

Naziv FITS dolazi od *Flexible Image Transport System* i puno je više od običnog zapisa slike. U biti to je način zapisa znanstvenih podataka koji niti ne moraju biti u obliku slike. Može sadržavati više slika odjednom ili tablice s više od dvije dimenzije. Također sadrži tekstualni dio koji se naziva *header* u kojem se zapisuju razni podaci relevantni astronomima kod analize tih podataka, poput točnog vremena i lokacije gdje je slika napravljena, na kakov teleskopu i koja su optička svojstva teleskopa, kako izgleda nebeski koordinatni sustav na dijelu neba koji je pokriven tom slikom, itd. Naravno, svi ti podaci se ne upisuju ako ih vi niste podesili da se upišu, ali ako koristite neku FITS sliku napravljenu na profesionalnoj opservatoriji, možete očekivati mnoštvo upisanih podataka.



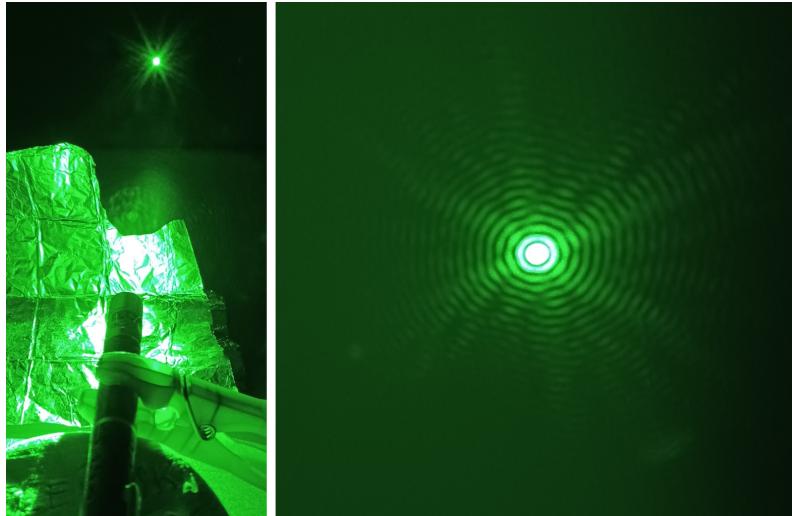
Slika 2.7: LEGO senzor: Zamislimo da je LEGO pločica senzor koji skuplja svjetlo. Senzor se sastoji od piksela u kojima se podižu lego kockice kako svjetlo pada na njih (gornja slika). Ali senzor ima sloj kockica i na mjestima gdje bi trebao biti mrak. To zovemo pozadinskim sjajem i uzrok je ili sama elektronika senzora ili sjaj neba. Iznad pozadinskog sjaja uzdiže se lego zvijezda od svjetla priključenog sa zvijezde. Ako preuzežemo ovu LEGO sliku uzduž horizontalne zelene linije, ugledat ćemo profil sjaja zvijezde (donja slika). Kada bi maknuli pozadinski sjaja ostao bi samo sjaj zvijezde i njezin oblik se naziva PSF.

2.3 Zašto zvijezde nisu točke (što je to PSF)

Zvijezde se nalaze toliko daleko da je njihova veličina na nebu točka kada ih snimamo kamerom. To bi značilo da čitava zvijezda može stati u jedan jedini piksel. Ali to se nikada ne dešava - zvijezde su uvijek neka fleka na slici (vidi sliku 2.7). Tome ime više razloga.

Glavni izvor mrljanja točke je naša atmosfera. Svjetlo zvijezde prolazi kroz mnoštvo slojeva različitih temperatura i gustoća. U atmosferi uvijek ima gibanja zraka, nekad jača nekad slabija. To zovemo turbulencija i dešava se čak i kod najmirnijeg i najljepšeg neba za promatranje. I kao što voda zakrene smjer svjetlosne zrake, tako i atmosfera mijenja smjer putanja svjetla, iako puno manje nego voda. Jačina tog efekta mijenjanja smjera ovisi o temperaturi i gustoći zraka, a turbulencija neprestano mijenja te vrijednosti na raznim mjestima po putanji svjetla koje nam dolazi od zvijezde. Tu pojavu ste sigurno vidjeli iznad vrućeg asfalta ljeti, kada prizor uz samu površinu migolji zbog gibanja vrućeg zraka. Konačni rezultat nama na tlu je zvijezda kao mrlja koja titra u sjaju i neprestano se deformira. Taj efekt zovemo *seeing* i glavni je limitirajući faktor teleskopima u razlučivosti sitnih detalja na nebu.

Uz to atmosfera i raspršuje svjetlo, što pojačava mrljanje slike. To je izrazito vidljivo kada u zraku ima puno vlage koja se kondenzira u sumaglicu vrlo sitnih kapljica. Efekt raspršenja na njima je jači za kraće valne dužine, pa će nam tako mrlja u plavoj boji biti veća nego u crvenoj. Naravno, efekt se pojačava što je duži put svjetla kroz atmosferu, pa



Slika 2.8: Svjetlo lasera koje prolazi kroz sitnu rupicu na alu-foliji ne ostavlja na zidu istu takvu malu točkicu, nego se pretvara u veliku valovitu mrlju. Razlog tome je valna priroda svjetla, gdje možemo zamisliti da svjetlo iz rupice izlazi kao valovi koji se onda šire. Ovaj fenomen nazivamo difrakcija svjetlosti. Iako je otvor teleskopa velika rupa, svejedno dolazi do difrakcije, i valovi su onda vrlo sitni, no svejedno postoje. Zato čak i svemirski teleskopi vide zvijezde kao mrlje.

je zato bitan i kut gledanja u odnosu na zenit (točka točno iznad naše glave). Budući da atmosfera apsorbira i raspršuje svjetlo, u poglavljju 2.5 opisujemo i kakav to ima utjecaj na fotometriju jer se time gubi dio svjetla zvijezde. Stoga se velike profesionalne opservatorije ciljano grade na velikim visinama sa suhom i rjeđom atmosferom kako bi se smanjio efekt seeinga.

Ako snimate bez praćenja, ili vam teleskop nema dobro uštimano praćenje, zvijezde će dodatno imati deformaciju u smjeru gibanja neba. Za fotometriju to ne mora biti problem ako je deformacija malena jer nas samo zanima uključiti svo pristiglo svjetlo u izračun ukupnog sjaja.

Ali postoji i situacija kada ne želite da vam je slika zvijezde sitna mrlja. Naime, pikseli u kamери imaju limit koliko najviše svjetla mogu detektirati. Iznad tog limita pokazivati će uvijek istu vrijednost. To se zove saturacija piksela i upropastit će vam fotometriju jer nećete znati koliki je točno sjaj zvijezde. Zato ako je zvijezda jako sjajna, radije se slika malo defokusira, tj. namjerno se senzor pomakne izvan fokusa. Time se sjajna zvijezda pretvoriti u veću mrlju i u piksele će padati manje svjetla od dopuštenog maksimuma. O tome govorimo u poglavljju 4.2 jer će vam se vjerojatno pojaviti kao problem ako snimate bez praćenja vrtanje neba.

Pomislili bi nakon ovoga da se slanjem teleskopa u svemir rješavamo svih tih problema i zvijezde će postati točka. No ni tada nam to ne uspijeva zbog valne prirode svjetla. Na slici 2.8 prikazan je eksperiment u kojem laser obasjava vrlo sitnu rupicu. Na zidu se umjesto male stine točkice vidi velika valovita mrlja s izraženim koncentričnim kružnicama koje zovemo *Airy prstenovi*. Razlog tome je što svjetlo iz rupice izlazi kao val koji se onda širi na putu do zida. Taj efekt se zove *difrakcija* i dešava se i na teleskopu. Otvor teleskopa je tada rupa kroz koju ulazi svjetlo kao val. Mrlja koja se tada stvara iz točkastog zvjezdanih izvora je vrlo mala, ali vidljiva na pikselima kamere. To ima za posljedicu i da se dvije

vrlo bliske zvijezde stope u jednu mrlju i ne možemo ih razlučiti kao odvojene objekte. Time nam difrakcija stvara i teorijski limit na razlučivost teleskopa bez obzira na to koliko kvalitetnu kameru visoke rezolucije imali.

Svi ti procesi kojima se točka pretvara u mrlju mogu se zapisati kao jedna matematička operacija koja točku pomnoži s oblikom mrlje. Da bi mogli to napraviti potrebna nam je funkcija, tj. izgled tog geometrijskog oblika, kojom opisujemo deformaciju slike. Naziv za taj oblik je *point spread function*, ili skraćeno PSF. U praksi se pronalazi tako da se izmjeri oblik niza zvijezda različitog sjaja na slici i pronađe matematička formula koja najbolje opisuje izmjerene oblike. PSF nam može biti jako koristan kada želimo fotometrirati dvije zvijezde čije se mrlje preklapaju, jer možemo svakoj od zvijezda pridružiti PSF, tj. geometrijski oblik, i tako izračunati koliki udio u ukupnom izmjerrenom sjaju pripada kojoj zvijezdi.

2.4 Važnost filtera u astronomiji

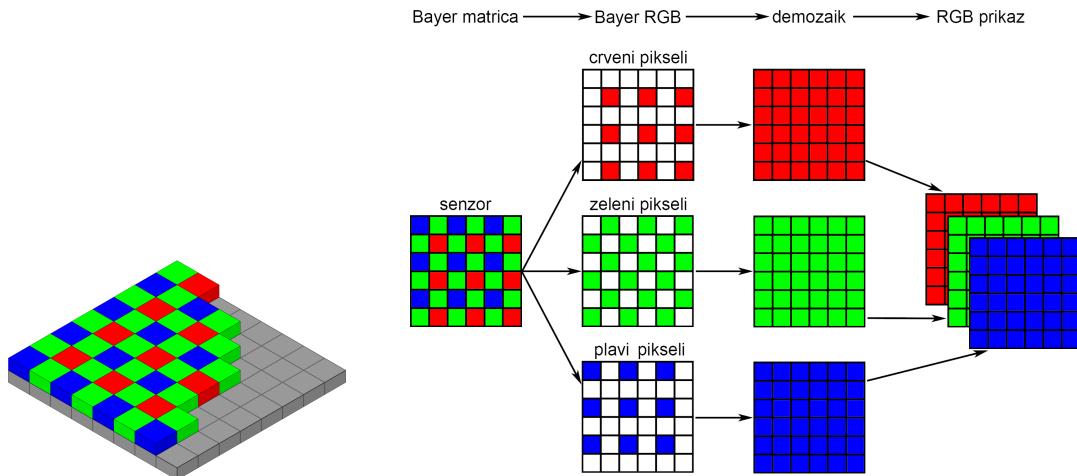
Budući da je svrha mjerena sjaja zvijezda povezivanje tih podataka s fizikalnim procesima koji se odvijaju na i oko zvijezde, vrlo je važno znati koji to točno dio spektra (tj. duge koju bi stvorilo svjetlo sa zvijezde) mjerimo pomoću naših slika. Boje spektra se filtriraju na dva načina.

Svjetlo prvo prolazi kroz filter. Kod fotoaparata to je Bayerova matrica koja se sastoji od tri filtera postavljenih na same piksele čipa kamere, poznatih kako crveni (R), zeleni (G) i plavi (B). Kod astronomskih kamera koristimo filtere kao dodatak kameri kako bi ograničili raspon boja koje snimamo kamerom. Moguće je snimati i bez filtera, ali to pokušajmo izbjegći jer nam korištenje filtera daje znanstveno vrijednije rezultate.

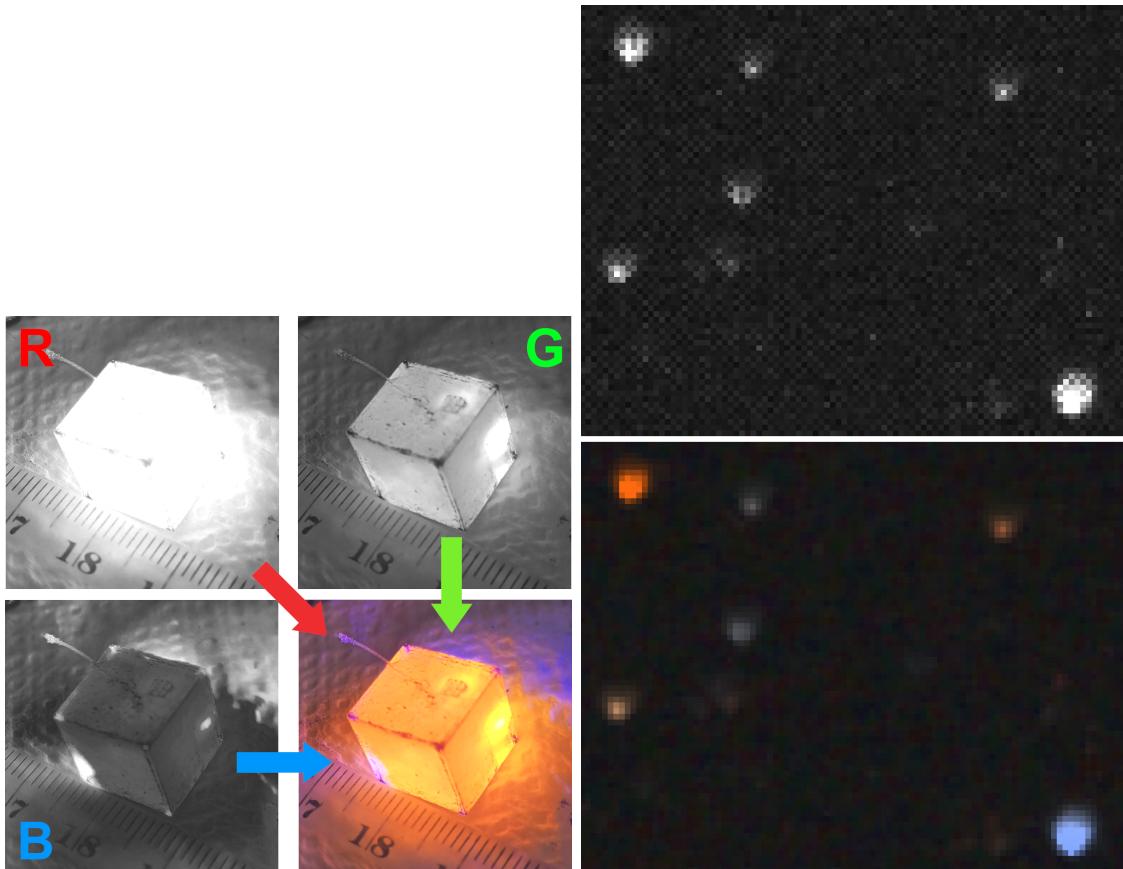
Drugi odabir boja dolazi od same osjetljivosti čipa, tj. senzora. Detekcija se odvija tako da svjetlo pobuđuje elektrone u pojedinim pikselima čipa. Ali taj proces funkcioniра samo za neki raspon boja, ovisno o materijalu od kojeg je čip načinjen. Profesionalni astronomi koriste filtere i senzore kojima su pažljivo izmjerili propusnost i osjetljivost. Mi to nemamo, osim ako prilikom kupnje opreme nismo dobili i te podatke. Ali možemo fotometrijom posebnih, tzv. standardnih zvijezda izmjeriti u kakvom su odnosu magnitudo dobivene našom opremom s poznatim magnitudama standardnih zvijezda.

2.4.1 Bayerova matrica

Jeste li se zapitali kako ekran vašeg mobitela ili televizora uspijeva prikazati sve moguće dugine boje? Radi se o iluziji, tj. triku gdje monitor tri zapisane vrijednosti digitalne slike prikazuje u tzv. RGB sustavu: crvena (R), zelena (G) i plava (B). Mozak pogrešno interpretira RGB kombinaciju kao boju koja u stvari na monitoru na postoji. Recimo, kombinaciju zelene i crvene na ekranu mozak pogrešno smatra žutom bojom. Stoga je žuta boja na ekranu iluzija, za razliku od žute boje u dugi na nebū koja stvarno postoji.



Slika 2.9: Lijevo: Skica Bayerove RGB matrice postavljene na piksele senzora. Desno: Postupak de-mozaika gdje se iz tri slike različitih boja spajaju u jednu sliku gdje svaki piksel ima tri vrijednosti (RGB). Preuzeto iz <http://dias.library.tuc.gr/view/manf/25161> (Savvas Tsengelidis, Diploma Thesis, Technical University of Crete, 2006).



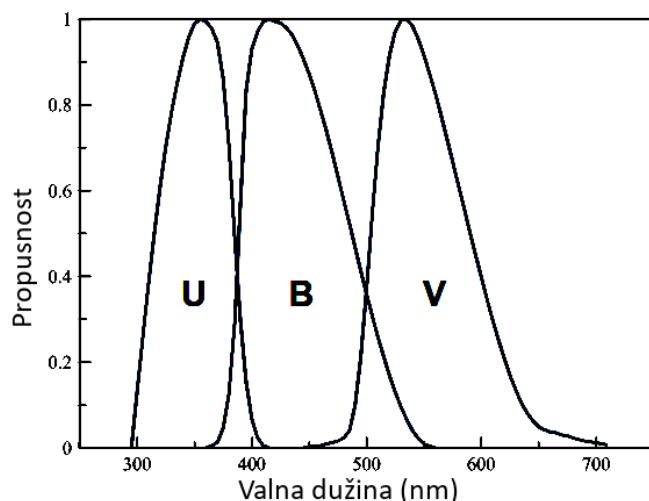
Slika 2.10: Primjeri kako izgledaju slike prije i nakon demozaika Bayerove matrice. Lijevo: Kombiniranjem crvene, zelene i plave slike dobivamo sliku u rasponu svih boja. Desno: Na sirovoj slici zvijezda fotoaparatom vide se razlike između piksela zbog Bayerove matrice. Postupkom demozaika (vidi poglavlje 3.3) stvara se RGB slika u boji.

Senzoru u vašem fotoaparatu je omogućeno da "vidi" crvenu, zelenu i plavu boju zahvaljujući filteru kojeg je još 1976. godine razvio Bryce Bayer iz tvrtke Kodak. Taj mozaik filter nazivamo Bayerova matrica, a može se označavati i sa oznakom CFA (Color Filter Array). Nalazi se iznad senzora fotoaparata i pokriva senzor na način da svakom pikselu pripada jedna od RGB boja (vidi sliku 2.9 lijevo). Može biti raspoređena u različitim uzorcima, a trenutno se najviše koristi uzorak 2x2 piksela. To znači da je polje od četiri piksela pokriveno s dva zelena filtera, jednim crvenim i jednim plavim. Zeleni filteri su dvostruko zastupljeniji jer je ljudsko oko najsjetljivije na zelenu boju, što pridonosi boljoj reprodukciji detalja i oštirine na slikama.

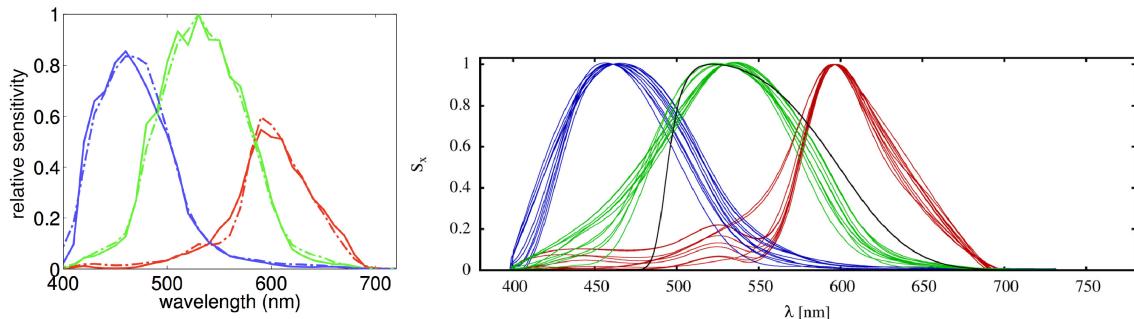
Kada svjetlost uđe u objektiv kamere³, na putu do senzora ona prolazi kroz Bayerovu matricu, koja filtrira svjetlost prema bojama, odnosno prema valnim dužinama koje odgovaraju svakom filteru. Svaki piksel senzora registrira svjetlost koja je prošla kroz određeni filter – crveni, zeleni ili plavi. Budući da nijedan piksel samostalno ne može "vidjeti" cijelu sliku, potrebno je kombinirati podatke kako bi se stvorila potpuna slika u boji (vidi sliku 2.9 desno). Taj proces nazivamo demozaik i koristi sofisticirane algoritme za rekonstrukciju cjelovite slike na temelju intenziteta svjetlosti koje je svaki piksel skupio. Uz naziv demozaik koriste se i nazivi debayer i CFA interpolacija.

Na taj način smo rekonstruirali sliku i kod jednoličnih površina to je uglavnom precizno (vidi sliku 2.10 lijevo), no ukoliko na slici imamo oštirih prelaza (poput zvijezda na crnoj pozadini noćnog neba - vidi sliku 2.10 desno) tu dolazi do gubitka detalja i oštirine. Uz to, u uvjetima slabog osvjetljenja može pojačati šum, osobito u tamnjim dijelovima slike. Takav gubitak detalja kod fotografiranja za obiteljski album u potpunosti je zanemariv, no ukoliko digitalni fotoaparat koristimo u znanstvene svrhe onda nam gubitak detalja značajno može otežati ili čak onemogućiti kvalitetno istraživanje. Zato je većina znanstvenih instrumenata (poput astronomске kamere) monokromatska (bez Bayerove matrice), a željeni filter se stavlja ispred kamere tako da cijeli senzor snima kroz isti filter.

³Ako se radi o običnom fotoaparatu vjerojatno ima ubačen i jedan dodatni filter ispred čipa kamere kojim se smanjuje utjecaj crvene boje i nevidljive infracrvene boje. Pripazite na to ako radite neku astronomsku analizu propusnosti filtera u fotoaparatu.



Slika 2.11: Propusnost Johnsonovog UBV sistema filtera. Slika preuzeta iz https://en.wikipedia.org/wiki/UBV_photometric_system.



Slika 2.12: Lijevo: Spektralna osjetljivost fotoaparata Canon 60D. Osjetljivost je kombinacija propusnosti Bayerove matrice (tj. Bayerovih RGB filtera na pikselima senzora) i osjetljivosti samog senzora. Slika preuzeta iz [8]. Desno: Tipične RGB krivulje osjetljivosti raznih digitalnih fotoaparata (plave, zelene, i crvene linije) u usporedbi sa standardnim V filterom (crna linija). Slika preuzeta iz [9]. Primjere osjetljivosti raznih tipova fotoaparata možete potražiti u [10].

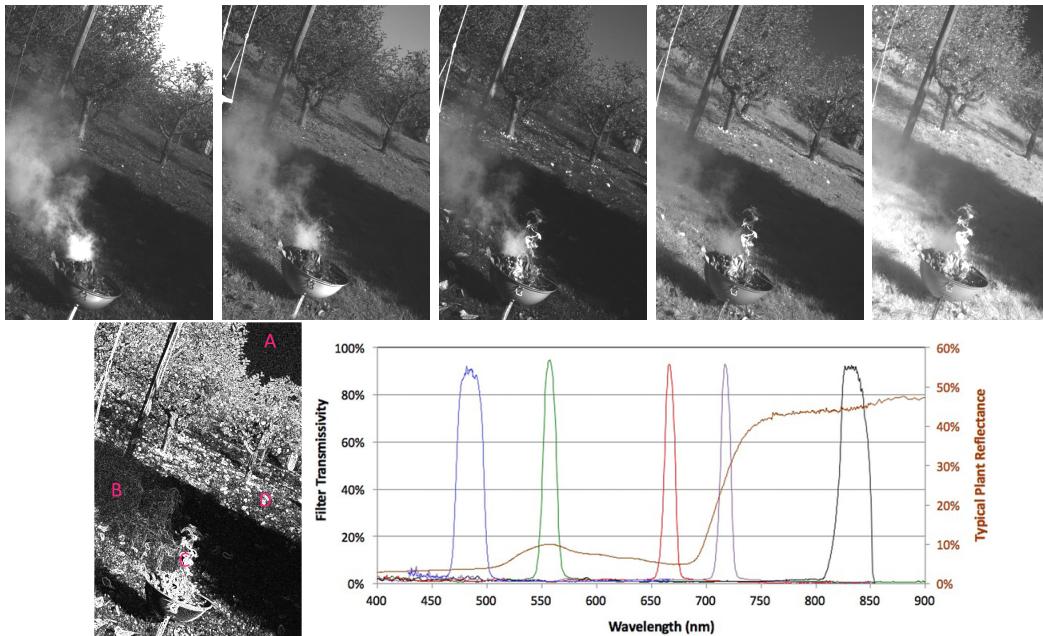
2.4.2 Astronomski filteri

Astronomske kamere nemaju ugrađene filtere, nego im je spektralni limit zadan samom osjetljivošću senzora. To znači veliki raspon boja - čitav vidljiv raspon boja (od oko 380 nm do oko 740 nm), pa do bliskog (oku nevidljivog) infracrvenog (do oko 1 000 nm), ali i ponešto nevidljivog UV (kraćeg od 380 nm). Ako je cilj detekcija objekata, poput asteroida, koji mogu imati jako slabi sjaj, onda je korisno imati tako veliki raspon osjetljivosti ne bi li se skupilo što više svjetla. Ali ako nas zanimaju svojstva objekata koje promatramo, onda su nam potrebni filteri kojima selektiramo neki dio spektra.

Filtera ima raznih, što zbog toga što im je svrha izdvojiti različite dijelove spektra povezanih s neki fizikalnim svojstvima nebeskih objekata, što zbog razlika u materijalima od kojih su napravljeni (nekonzistentnost između različitih proizvođača), što zbog povijesnih razloga jer se udomaćilo koristiti neki sustav filtera. Tako je najpoznatiji i najpopularniji Johnson-Morganov (skraćeno samo Johnsonov) UBV sustav filtera koji je bio prvi standardizirani filter (uveden ranih 1950-ih). Pokriva UV boje kroz U filter, plavo kroz B, i "vidljiv" dio kroz V (opravno zeleno-žute boje). Magnituda zvijezda u tom V filteru je ono što je uobičajeno navoditi kao magnitudu zvijezde (recimo u programu Stellarium su magnitude zvijezda opravno V magnitude). Slika 2.11 prikazuje propusnost UBV filtera po valnim dužinama spektra. Kasnije su dodani i filteri R (crvene boje) i I (nevidljive infracrvene boje od oko 750 nm do 900 nm ili 1100 nm), ali tu je već konfuzija jer postoje dvije varijante RI filtera.

U ovom uvodnom opisu nećemo ulaziti dublje u tematiku filtera⁴, ali spomenimo još kako izgledaju RGB filteri iz Bayerove matrice na senzorima fotoaparata (vidi prethodno poglavlje 2.4.1). Slika 2.12 prikazuje propusnost takvih RGB filtera i odmah možete primijetiti raznolikost krivulja. Problem je u tome da različiti tipovi fotoaparata imaju različita svojstva sloja Bayerove matrice koji se stavlja na piksele senzora. To znači da fotometrija na slikama istih zvijezda, ali slikana različitim fotoaparatima, može rezultirati razlikama u izmjerenim magnitudama. Međutim, zanimljiva je usporedba G filtera sa standardnim V filterom. Postoji poprilično preklapanje. U prvoj praktičnoj vježbi fotometrije istražujemo upravo to svojstvo sličnosti magnituda kroz G filter fotoaparata i V magnitude iz

⁴Popis raznih filtera u astronomiji i podaci za njihove krivulje propusnosti: <http://svo2.cab.inta-csic.es/svo/theory/fps3/index.php>



Slika 2.13: Primjeri slika dobivenih kamerom Micasense RedEdge koja se sastoji od 5 manjih kamera, svaka sa svojim zasebnim filterom. Propusnost pojedinih filtera prikazana je na grafikonu u donjem desnom kutu. Slike u gornjem redu su poredane istim redoslijedom kao i filteri na grafikonu. Donja lijeva slika prikazuje slovima četiri područja, označena s A, B, C i D, koja su opisana u tekstu poglavlja 2.4.3. Filteri imaju propusnost centriranu na valne dužine (s lijeva na desno) 475 nm (plavi), 560 nm (zeleni), 668 nm (crveni), 717 nm (crveni rub nevidljivosti), 840 nm (nevidljivi infracrveni). Izvor podataka za grafikon: <http://www.micasense.com>.

literature (vidi poglavlje 5.1).

2.4.3 Povezanost filtera i fizikalnih procesa

Pažljivim biranjem filtera astronomi mogu poput detektiva raspetljati tajne koje skrivaju svemirski objekti. Razlog leži u tome što interakcije svjetla i tvari ovise o frekvenciji (tj. energiji), odnosno valnoj dužini, svjetla. Rezultat tih interakcija mi gledamo teleskopom i mjerimo kamerom, ali pomoću filtera selektiramo različite aspekte tih interakcija. Iz poznate fizike tih interakcija zatim istražujemo kako naša mjerena uklopiti u razne moguće scenarije kojima bi objasnili izmjerene vrijednosti.

Kao primjer pogledajte pojedinačne slike prikazane na slici 2.13. Načinjene su posebnom kamerom za daljinska istraživanja svojstava biljaka u poljoprivredi. Radi se o kameri koja zapravo ima 5 malih kamera od kojih svaka na sebi ima drugačiji filter. Grafikon prikazuje koje valne dužine su pokrivene sa svakom pojedinačnom malom kamerom. Uočite sada kako se ponašaju slijedeća područja na slikama:

- Područje A: nebo. Primijetite da nebo postaje tamnije na slikama kako se povećava njihova valna dužina. Najsjajnije je u plavom području, zbog čega i doživljavamo nebo kao plavo. Proces koji stvara ovakvu ovisnost svjetla neba o valnoj dužini je Rayleighovo raspršenje sunčevog svjetla na molekulama zraka. Isti proces odvija se i u svemiru kada se svjetlo zvijezda raspršuje na plinu i vrlo sitnoj prašini u prostoru

između zvijezda. Primjer toga je plavičasta maglica u koju su uronjene zvijezde u skupu Plejade.

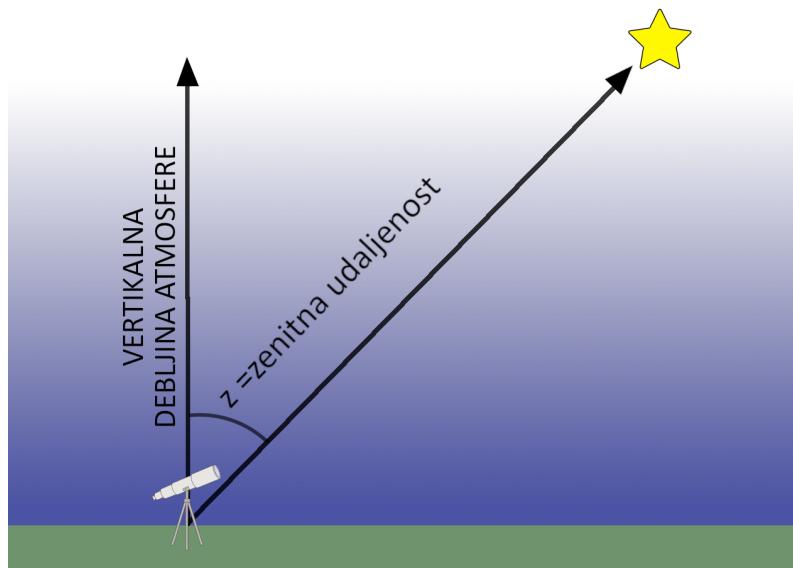
- Područje B: dim. Dim u svakodnevnom životu su čestice veličine od oko $1 \mu\text{m}$. Svjetlo valnih dužina manjih od veličine prašine biti će vrlo efikasno apsorbirano i raspršeno. Zbog toga je dim na "plavoj" slici gotovo neproziran. Ako pak je valna dužina slična ili veća od veličine čestica, efikasnost apsorpcije i raspršenja jako opada. Stoga je dim na "infracrvenoj" slici gotovo nevidljiv. To je razlog zašto su infracrvene kamere korisne vatrogascima koji se moraju probiti kroz gusti dim. A isto to svojstvo astronomi rado koriste u izučavanju svemirske prašine oko zvijezda ili u međuzvezdanom prostoru. Slikama kroz različite filtere se tako može odrediti i veličina svemirske prašine.
- Područje C: vatra. Kada zapalite roštilj, vatra ima temperaturu od oko $1\,200 - 1\,500^\circ\text{C}$ (oko $1\,500 - 1\,800 \text{ K}$). Na tim temperaturama plin u plamenu stvara svjetlo, ali primijetite jaku ovisnost intenziteta tog svjetla na slikama različitih valnih dužina. Na "plavoj" slici plamen je nevidljiv jer gotovo da uopće ne emitira svjetlo tih valnih dužina. S druge strane, na "infracrvenoj" slici plamen ima intenzivan sjaj. To je još jedan razlog zašto su infracrvene kamere korisne vatrogascima. Zvijezde su puno toplije od tog plamena, ali svaka temperatura ima svoju ovisnost o bojama svjetla. Sunce, recimo, ima površinsku temperaturu od oko $5\,800 \text{ K}$ i sjaji najintenzivnije u vidljivim bojama, dok Sirius ima temperaturu od oko $10\,000 \text{ K}$ i najsjajniji je u nevidljivom ultraljubičastom području boja. U poglavlju 2.1.4 opisali smo kako fotometrijom u dvije različite boje možemo izračunati tzv. indeks boje, koji je direktno povezan s temperaturom zvijezde.
- Područje D: trava. Korisnost ovakvih multispektralnih kamera u poljoprivredi leži u svojstvu klorofila u biljkama da sjaje intenzivno u infracrvenim valnim dužinama od oko $750 - 1000 \text{ nm}$. Kada su biljke pod stresom (suša, bolest, itd.) opada im taj sjaj. Razne molekule i atomi u svemiru također imaju neka svoja specifična područja valnih dužina na kojima intenzivno emitiraju ili apsorbiraju svjetlo. Koristeći filtere koji propuštaju svjetlo specifično za određene molekule ili atome, astronomi mogu mapirati njihovu raspodjelu u maglicama i otkrivati što se u maglici dešava.

Ovo je samo dio stvari koje vam se otkrivaju jednom kada uronite u astrofiziku fotometrije. U ovom priručniku pokušat ćemo vam olakšati prve korake u fotometriju, pa ćemo se stoga držati jednostavnih primjera i ne ulaziti preduboko u teoriju koja objašnjava pojedine rezultate fotometrijskih vježbi u poglavlju 5.

2.5 Utjecaj atmosfere na mjerjenja sjaja zvijezda

U poglavlju 2.3 opisali smo već probleme koje stvara atmosfera kod fotometrije na način da deformira sliku zvijezde. Ta vrsta problema stvara oscilacije u izmjerenoj magnitudi, tj. sjaj zvijezde "titra" zbog turbulencija u atmosferi. Ali atmosfera uz to i apsorbira i raspršuje svjetlo koje putuje kroz nju, što znači da sjaj zvijezde koji mjerimo na površini Zemlje nije isti kao i sjaj koji bi vidjeli iz orbite, tj. izvan atmosfere.

Opadanje sjaja zvijezde zbog apsorpcije i raspršenja svjetla u zemljinoj atmosferi zovemo *atmosferska ekstinkcija* i predstavlja težak problem ako želimo precizna mjerjenja. Atmosfera nema svugdje jednaku debljinu, a debljina ovisi i o kutu gledanja (vidi sliku



Slika 2.14: Atmosfera apsorbira i raspršuje svjetlo koje prolazi kroz nju. Zato nije isto ako promatramo zvijezdu direktno u zenitu ili pod nekim kutom z od zenita.

z	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
$X(z)$	1.00	1.00	1.02	1.04	1.06	1.10	1.16	1.22
z	40°	45°	50°	55°	60°	65°	70°	
$X(z)$	1.31	1.41	1.56	1.74	2.00	2.37	2.92	

Tablica 2.2: Približne vrijednosti debljine atmosfere X za različite kutove zenitne udaljenosti z sukladno jednadžbi 2.16

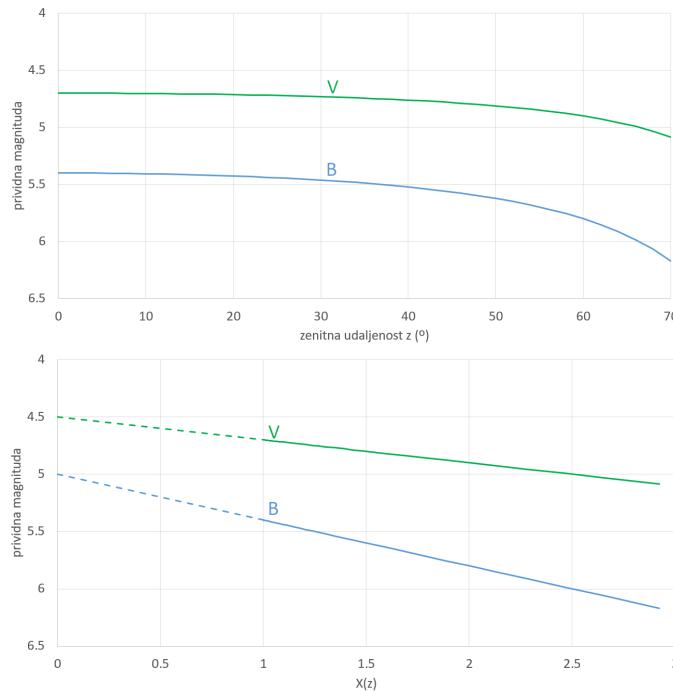
2.14). Uz to, gustoća i sastav atmosfere opada s visinom što komplicira izračun njezinog utjecaja na proizvoljni kut gledanja. Nadmorska visina i vremenski uvjeti, posebice količina vlage u zraku, mogu isto dramatično utjecati na opadanje sjaja zvijezde.

Najlakši način da se ovaj problem zaobiđe je da pronađemo neku standardnu zvijezdu u neposrednoj blizini naše zvijezde koju mjerimo⁵. Tada izmjerimo magnitudu standardne zvijezde i usporedimo s vrijednosti iz literature⁶. Tu razliku u magnitudi onda primjenimo i na našu zvijezdu i tako korigiramo utjecaj atmosfere.

Na žalost, odmah uočavamo problem: naša mjerena moraju koristiti isti sustav filtera i osjetljivosti kamere kao i mjerena iz literature. To nije često slučaj, pogotovo ako ste tek krenuli u fotometriju i koristite samo fotoaparat. Iduće što možete napraviti je da zabilježite izmjerene magnitude standardnih zvijezda i vaših zvijezda koje proučavate, te koji je bio njihov položaj na nebnu. To je onda koristan podatak ako recimo pratite varijabilnost zvijezda jer tada samo morate korigirati magnitudu za vrijednost kojom držite standardnu zvijezdu u vijek istog sjaja. A i netko tko bolje razumije osjetljivost vašeg fotoaparata može iskoristiti te podatke da napravi potrebnu korekciju.

⁵Najlakše ih je pronaći pomoću AAVSO Star Plotter: <https://apps.aavso.org/vsp/>

⁶Još bolje ako imamo nekoliko zvijezda pa izračunamo srednju vrijednost razlika naših magnituda i onih iz literature.



Slika 2.15: Teoretski primjer promjene prvidne magnitude zbog utjecaja atmosferske ekstinkcije po jednadžbi 2.15. Gornji graf prikazuje ovisnost o zenithnoj udaljenosti, a donji o debljini atmosfere (eng. air mass) uz aproksimaciju iz jednadžbe 2.16. Ovisnost za B magnitudu je $m_0=5.0$ i $k=0.4$, a za V magnitudu $m_0=4.5$ i $k=0.2$.

Jedino što dalje preostaje je raditi korekciju matematički pomoću formule

$$m = m_0 + k X(z) \quad (2.15)$$

gdje je m izmjerena magnituda, m_0 je magnituda prije ulaska svjetla u atmosferu, k je *koeficijent atmosferske ekstinkcije*, a X je debljina zemljine atmosfere (eng. air mass) gdje je vrijednost $X=1$ kada gledamo točno u zenit. X očito ovisi o kutu z između zenita i smjera naše zvijezde kojeg zovemo *zenitna udaljenost* (vidi sliku 2.14).

Ako smo izmjerili m i znamo vrijednosti k i $X(z)$, tada možemo izračunati korigiranu magnitudu m_0 . Ali kako saznati te vrijednosti? Na razini preciznosti fotometrije koju ciljamo u ovom priručniku možemo koristiti najjednostavniju aproksimaciju

$$X(z) = \frac{1}{\cos z} \quad (2.16)$$

(upoznajte se s funkcijom kosinusa ako planirate koristiti ovu formulu), uz dodatno pravilo da radimo mjerena što bliže zenitu, te svakako izbjegći mjerena niže od 30° iznad horizonta (tj. za $z > 60^\circ$). U tablici 2.2 možete vidjeti neke vrijednosti za $X(z)$ koristeći ovu formulu.

Daleko veći problem je koeficijent ekstinkcije k jer on ovisi o trenutnom stanju atmosfere i o filteru kojeg koristimo. Efekt atmosfere je izraženiji za kraće valne dužine. Na primjer, k će biti veći za B filter nego za V filter. Jedini način da odredimo k je da tijekom noći mjerimo magnitudu standardne zvijezde koja će proći blizu zenitu i onda kroz mjerena provući pravac sukladno jednadžbi 2.15, gdje će m_0 i k biti nepoznati parametri pravca. Na slici 2.15 prikazan je primjer kako bi takva ovisnost izmjerene prvidne magnitude ovisila o zenithnoj udaljenosti i debljini atmosfere.

2.6 Uvod u teoriju pogreške mjerena

Ne postoji savršeno točno mjerjenje jer mjerena uvijek dolaze s nekom pogreškom. U znanosti je iznimno važno komunicirati kolika je ta pogreška mjerena, ali to nije uvijek lako odrediti jer izvori pogrešaka su različiti i često skriveni od našeg pogleda. Stoga je kod zahtjevnijih metoda mjerena i/ili kompleksnijih mernih instrumenata potrebno pravo znanstveno istraživanje ne bi li se razotkrili svi izvori pogrešaka i razvio matematički opis kojim se te pogreške mogu izračunati u praksi.

Fotometrija je upravo takva disciplina koja je i metodički i instrumentalno zahtjevna za pravilno tretiranje pogreške mjerena. To međutim ne znači da nemamo načina kako se nositi s time na nekom približnom nivou koji je dovoljno dobar za shvatiti koja mjerena su pouzdanija od drugih i koliko. Za početak istaknuti ćemo glavno pravilo kojim se morate voditi:

Čak i odokativna procjena pogreške bolja je od rezultata kojem niste pridružili nikakvu pogrešku.

Recimo, ako koristite ravnalo iz svoje pernice i izmjerite da je nešto široko 11 mm, kolika je pogreška mjerena? Možda ste čuli za savjet da ponavljate mjerena pa izračunate srednju vrijednost. Međutim, vama je rezultat svaki puta 11 mm. Je li onda pogreška 0 mm? Naravno da nije. pogreška je u ovom slučaju određena time koliko sitne detalje možete pouzdano izmjeriti. Odokativno možete procijeniti da vjerojatno ne grijesite više od ± 1 mm, jer to je debljina crtice od 1 mm na ravnalu.

2.6.1 Tipovi pogrešaka

Pogreške se može podijeliti u tri skupine po načine kako nastaju:

- **Grube pogreške** (eng. gross errors): Realnost života je da nam se ponekad desi propust i poneko mjerene krivo pročitamo ili krivo zapišemo ili nepažljivo odradimo. Tako izmjerena vrijednost može se drastično razlikovati od ostalih koje smo napravili. A možda se i desilo u tom trenutku nešto neočekivano kod tog mjerena i izbacilo ga iz redovnih vrijednosti. Recimo, kod fotometrije se može desiti da nam zvijezda sjedi na pokvarenom pikselu ili je na tom mjestu udarila kozmička zraka u senzor. To je razlog zašto se kod precizne fotometrije koristi više od jedne slike istog dijela neba, ako i pažljivo prati ispravnosti svih piksela. Jer ponekad nije do grube pogreške nego se nešto čudno desilo sa zvijezdom, ali moramo biti u to uvjereni budući da je praksa grube pogreške maknuti iz daljnje analize.
- **Slučajne pogreške** (eng. random errors): Uobičajeno je imati potpuno slučajne i nepredvidljive promjene u eksperimentalnim uvjetima, što dovodi do neprestanih slučajnih promjena u rezultatima mjerena. Kod fotometrije znamo da nam atmosfera neprestano stvara promjene u sjaju zvijezde, o čemu smo već ranije govorili u poglavljju 2.3. Ali i u samoj kamери neprestano dolazi do fluktuacija u osjetljivosti, kao i slučajnih emisija elektrona u pikselima senzora (tzv. termalni elektroni) koji

se onda pogrešno broje kao doprinos od apsorbiranog svjetla. Ako je neki proces sasvim slučajan onda ga se može matematički opisati i pretvoriti u procjenu pogreške. Višestruko ponavljanje mjerena služi upravo tome da se odredi raspon takvih slučajnih pogrešaka.

- **Sistemske pogreške** (eng. systematic errors): Ovaj tip pogrešaka sustavno mijenja rezultat. Možemo ih lakše razumjeti ako ih podijelimo u podskupine po tome gdje nastaju:

- Okolišne pogreške: Vanjski okolišni utjecaji mogu stvoriti uvjete u kojima dolazi do pomaka u mjerjenim vrijednostima. Recimo, ako je došlo do osjetne promjene temperature, a mi smo prikupili podatke za korekciju pozadinskog šuma na staroj temperaturi. Atmosferska ekstinkcija koju opisujemo u poglavlju 2.5 također je taj tip pogreške.
- Opažačke pogreške: Ponekad se desi da sustavno očitavamo krive vrijednosti. Recimo, zabunimo se koji filter je u upotrebi kod fotometrije.
- Instrumentalne pogreške: U situacijama kada nam instrument kojim mjerimo nije ispravan ili ga je potrebno redovito podešavati, pojavljivati će se sustavna pogreška u očitavanju mjerena. Recimo kada interni sat u kamери kasni i vremena na slikama su pogrešna.

Sistemske pogreške su najčešće podmukle i teško dokučive, ali ako ih uspijemo shvatiti tada se često mogu matematički ispraviti.

2.6.2 Izračun pogreške višestrukih mjerena

Budući da se grube pogreške lako uočavaju, a sistemske teško, u praksi se prvenstveno fokusiramo na slučajne pogreške. Kako bi procijenili kolika su ta slučajna odstupanja, uobičajeno je ponavljati mjerena i izračunati koliki je prosjek i pripadna pogreška.

Recimo da imamo N mjerena, gdje pojedinačna mjerena obilježimo kao $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$. Najbolju procjenu točne vrijednosti dobijemo tako da uzmemosrednju vrijednost (vidi također poglavlje 2.1.5 i jednadžbu 2.14)

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n \quad (2.17)$$

Pritom obratite pažnju ako neka vrijednost mjerena jako odskače jer možda se radi o gruboj pogrešci koju je bolje izbaciti iz izračuna (ali ako pišete neki stručni rad ili radnju za natjecanja, i niste otkrili razlog iza grube pogreške, onda takve grube pogreške spomenite i navedite zašto smatraste da se radi o grubim pogreškama!).

Pogrešku mjerena označit ćemo Δx i ako baratamo s malo mjerena (recimo manje od 5), onda samo izračunamo najveće odstupanje od srednje vrijednosti⁷. Ako imamo nešto više mjerena, tada pogrešku računamo kao

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2}{N(N-1)}} \quad (2.18)$$

⁷Na primjer, ako su mjerena bila 4,5,1,6, onda je $\bar{x} = 4$, najveće odstupanje je -3, pa je rezultat 4 ± 3 .

A	B	C	D	E	F
Redni broj					
1	mjerena				
2	1	55	Srednja vrijednost: 46.8571 =AVERAGE(B2:B8)		
3	2	39			
4	3	41			
5	4	48	Greška mjerena:		
6	5	51	2.12052 =STDEV.S(B2:B8)/SQRT(7)		
7	6	45			
8	7	49			
9					

Slika 2.16: Primjer izračuna pogreške mjerena koristeći Excel. U ovom primjeru radi se o 7 mjerena. Naredba AVERAGE računa srednju vrijednost, a STDEV.S je tzv. standardna devijacija (ili standardno odstupanje) koje je potrebno podijeliti s korijenom broja mjerena, gdje je $\text{SQRT}(7)=\sqrt{7}$. Pripazite na zaokruživanje decimala: konačni rezultat je 47 ± 2 .

To se naziva *standardna pogreška aritmetičke sredine*⁸ (eng. standard error on the mean).

Konačni rezultat mjerena prezentiramo kao $\bar{x} \pm \Delta x$. Kako bi si olakšali ovaj izračun možete koristiti naredbe u Excelu koje to automatski izračunaju (vidi sliku 2.16).

2.6.3 Izračun pogreške pogrešaka mjerena

Primijetite da u prethodnom slučaju u poglavlju 2.6.2 pojedinačna mjerena nisu imala pridruženu pogrešku mjerena. A u fotometriji ćete se naći upravo u situaciji gdje svako mjerena sjaja zvijezde F_n ima svoju fotometrijsku pogrešku ΔF_n . Ako na taj način ponavljate mjerena sjaja zvijezde, i želite sada izračunati prosječni sjaj \bar{F} i pripadnu pogrešku, koristite slijedeće jednadžbe:

$$\bar{F} = \frac{\sum_{n=1}^N \frac{F_n}{(\Delta F_n)^2}}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{(\Delta F_n)^2}} \quad \Delta F = \frac{1}{\sqrt{\sum_{n=1}^N \frac{1}{(\Delta F_n)^2}}} \quad (2.19)$$

Konačni rezultat mjerena opet prezentiramo kao $\bar{F} \pm \Delta F$, a u idućem poglavlju 2.6.4 je uputa kako to pretvoriti u magnitudu s pripadnom pogreškom. Ovaj rezultat iz jednadžbi 2.19 naziva se još i težinska ili ponderirana aritmetička sredina (eng. weighted mean).

Za lako razumijevanje, pogledajmo jedan primjer. Recimo da imamo tri mjerena sjaja zvijezde: 100 ± 20 , 90 ± 25 i 110 ± 30 . Kombinirani ukupni rezultat je:

$$\bar{F} = \frac{\frac{100}{20^2} + \frac{90}{25^2} + \frac{110}{30^2}}{\frac{1}{20^2} + \frac{1}{25^2} + \frac{1}{30^2}} = 99 \quad \Delta F = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{20^2} + \frac{1}{25^2} + \frac{1}{30^2}}} = 14$$

2.6.4 Posredna mjerena (propagacija pogreške)

Često nas zapravo zanima neka veličina kojoj su mjerena samo ulazni podatak. Recimo, kod fotometrije su to magnituda ili pak indeks boje kojima je kao ulaz mjerena sjaja

⁸Pritom pogreška svakog pojedinačnog mjerena x_n iznosi $\sqrt{N} \cdot \Delta x$.

piksela na slici. U takvim situacijama pogrešku konačne veličine potrebno je ispravno propagirati.

Magnituda je definirana kao logaritam izmjerenoj slike zvijezde (vidi jednadžbu 2.10) $m = -2.5 \log F$. Ako je sjaj izmjereno $F = \bar{F} \pm \Delta F$, tada je jedan način propagiranja pogreške izračun magnitudo za $\bar{F} + \Delta F$ i za $\bar{F} - \Delta F$ u odnosu na srednju magnitudu \bar{m} :

$$\begin{aligned}\bar{m} &= -2.5 \log(\bar{F}) \\ \Delta m^+ &= -2.5 \log(\bar{F} + \Delta F) - \bar{m} \\ \Delta m^- &= \bar{m} + 2.5 \log(\bar{F} - \Delta F) \\ m &= \bar{m}_{-\Delta m^-}^{+\Delta m^+}\end{aligned}\tag{2.20}$$

Ovaj čudan zapis pogreške dolazi od toga što nije nužno zadovoljeno da su ta dva odstupanja Δm^+ i Δm^- jednaka. Na primjer, ako je $\bar{F} = 100$ i $\Delta F = 30$, onda je $\bar{m} = -5.0$, $\Delta m^+ = 0.4$ i $\Delta m^- = 0.3$, pa rezultat pišemo⁹ kao $m = -5.0_{-0.3}^{+0.4}$.

Kod indeksa boje imamo dodanu komplikaciju jer rezultat ovisi o dva različita mjerena magnitude: $(B - V) = m_B - m_V$ (vidi jednadžbu 2.13). Ako magnitude imaju svoje pogreške Δm_B i Δm_V , tada pogreška indeksa boje Δ_{B-V} iznosi

$$\Delta_{B-V} = \sqrt{(\Delta m_B)^2 + (\Delta m_V)^2}\tag{2.21}$$

Možda ćete naići i na problem propagacije pogreške kod produkta $z = x \cdot y$ ili omjera $z = x/y$ izmjerene vrijednosti. Pogreška rezultata je tada

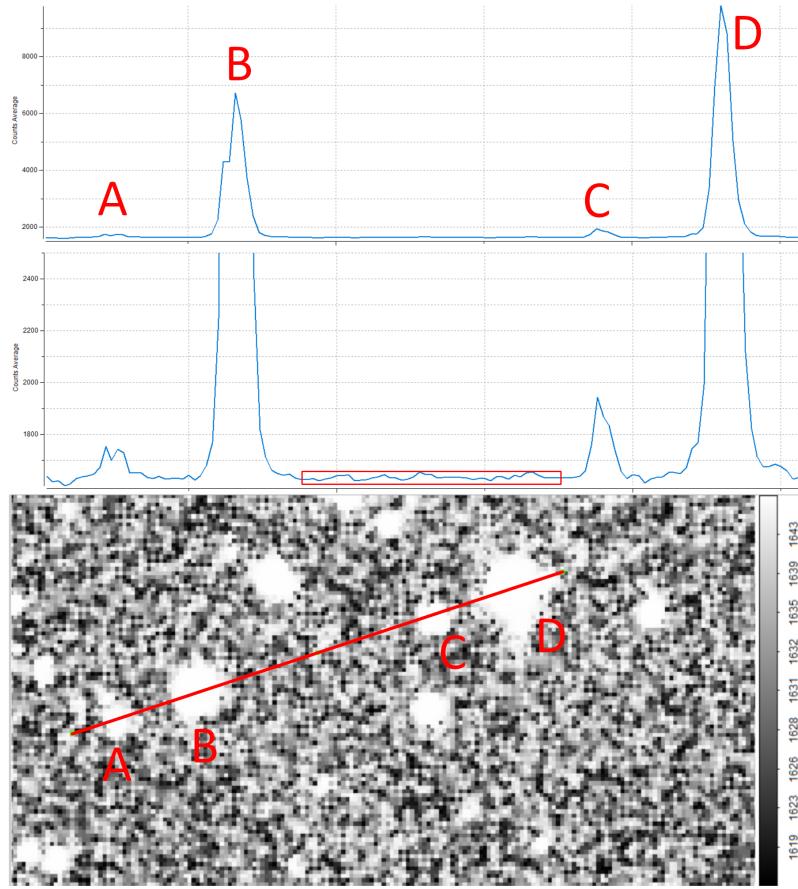
$$\Delta z = z \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}\tag{2.22}$$

2.6.5 Fotometrijska pogreška mjerjenja sjaja zvijezde

Fotometrija ima komplikiranu strukturu pogreške mjerjenja, zbog čega u ovom uvodu ne možemo ulaziti preduboko u detalje. Isto tako bi za pravilan izračun te pogreške trebalo izmjeriti i osjetljivost senzora kamere, što nadilazi naš plan uvoda u fotometriju. Analiza pogreške mjerjenja vrlo je važan dio astronomije i često nezaobilazan dio u znanstvenim radovima Stoga ćemo ovdje primijeniti pojednostavljenu metodu, ali ako vas zanima ući dublje u problematiku izvora pogreške i kako se s time nositi možete krenuti od [1, 7]. Ako radite s fotoaparatom posebno se pozabavite problematikom utjecaja ISO vrijednosti [5], za koju ćete već u prvoj vježbi fotometrije u poglavljju 5.1 vidjeti kako ima velik utjecaj na rezultat.

Osnovna svih analiza slučajnih pogrešaka mjerjenja temelji se na izračunu omjera signala i šuma (eng. signal-to-noise ratio, S/N). Cilj nam je uvjek postići što veću S/N vrijednost jer time smo sigurniji u točnost izmjerene vrijednosti signala. Stoga se bavimo pitanjem što je sve izvor šuma, tj. što sve utječe na pojavu slučajne pogreške. Budući da fotometrijom prikupljamo svjetlo koje dolazi od nebeskog objekta (zvijezda, galaksija, itd.), prvi izvor pogreške su slučajnosti u dolasku fotona svjetla do naše kamere. Iako je

⁹Primjetite pravilo zaokruživanja pogreške jer izračun daje $\Delta m^+ = 0.3872\dots$ i $\Delta m^- = 0.2848\dots$



Slika 2.17: Primjer sjaja piksela kod zvijezda vrlo različitog sjaja. Gornja dva grafika prate vrijednosti piksela uzduž linije prikazane na donjoj slici. Linija prelazi preko četiri zvijezde, označene A, B, C i D. Na najgornjem grafikonu vidi se kako su zvijezde B i D puno sjajnije od A i C. Isto tako, na tom grafikonu sjaj neba izgleda kao ravna crta. Ali na drugom grafikonu je y-os podešena da prikazuje raspon vrijednosti bliže sjaju neba. Sada se vidi da su A i C osjetno sjajnije od sjaja neba, ali i da nebo nema svugdje isti sjaj nego je podložno slučajnim varijacijama u mjerenu (područje istaknuto pravokutnikom).

u prosjeku to neki stalni broj fotona u dužoj jedinici vremena, vremenski razmak između njihovih pojedinačnih dolazaka je slučajan¹⁰. Ako izmjerimo da je sa zvijezde stiglo F fotona, onda je zbog te slučajnosti statistička pogreška

$$\Delta F = \sqrt{F} \quad (2.23)$$

Ovdje je važno primijetiti da govorimo o broju *fotona*, a ne vrijednosti piksela koju ste očitali na slici u vašem računalu. Da bi pikselu bila pridružena neka brojčana vrijednost, prvo je određeni broj fotona morao pobuditi elektron u pikselu senzora, a zatim je elektronika kamere morala ukupni broj pobuđenih elektrona pretvoriti u neku brojku koja se zapisuje u memoriju vaše kamere (ili računala). Kako bi pojednostavili izračun pogreške, izbjegnut ćemo analizu svih tih koraka i zadovoljiti se aproksimacijom da je F broj koji očitate iz piksela vaše slike u računalu.

Jednadžba 2.23 nam sugerira važan trend kod analize pogreške. Primijetite da što je objekt sjajniji, time je F veći, a šum (tj. pogreška) relativno manji (npr. za $F=100$ je $\Delta F=10$ što je 10% od F , ali za $F=1\ 000\ 000$ je $\Delta F=1\ 000$ što je samo 0.1% od F).

¹⁰Za one koji žele znati više: matematički se to opisuje Poissonovom raspodjelom.

Na žalost, u astronomiji se bavimo mjeranjem sićušnih točkica svjetla na nebu i malene vrijednosti F su nam sastavni dio života.

Drugi važan trend vidljiv je ako sjaj zapišemo kao neki konstantan broj fotona u sekundi f pomnoženo s vremenom ekspozicije t (vrijeme tijekom kojeg prikupljamo svjetlo): $F = f \cdot t$. Primijetite da sjaj raste linearno s dužinom ekspozicije ($F \sim t$), ali pogreška raste *sporije* od toga ($\Delta F \sim \sqrt{t}$). Zbog toga nam greška opada s dužom ekspozicijom.

Na našu žalost, priča o fotometrijskim pogreškama tu tek počinje. Pogledajte sada sliku 2.17. Pikseli na slikama neba uvijek osim svjetla svemirskih objekata imaju i pozadinski šum. Znači, čak i na mjestima gdje bi trebala vrijednost piksela biti nula, nikada neće biti nula. Razlog tome je višestruk: pikseli su izloženi svjetlu neba, poneki elektroni spontano budu pobuđeni bez obzira na upadno svjetlo, a i sama elektronika namjerno pridoda elektrone prilikom čitanja vrijednosti piksela sa senzora (vidi poglavlje 4.2).

Kako bi si olakšali uvodne korake u fotometriju, prvo ćemo raditi na način da uopće ne uvodimo korekcije slike kojima bi adresirali sve te probleme u izračunu pogreške. Umjesto toga, jednostavno ćemo izmjeriti vrijednost sjaja piksela na mjestima gdje nema zvijezda (kako se to radi opisujemo u poglavlju 4.1, pa će ovi koraci biti jasniji kada krenete raditi svoju prvu fotometriju). Za to ćemo koristiti n_0 piksela, a medijan će im biti F_0 (koristimo medijan jer mu se vrijednost ne mijenja ako poneki pikseli imaju nerealno velike vrijednosti zbog kvara piksela ili nekog neplaniranog izvora svjetla). Zvijezda pak pokriva površinu od n_\star piksela koji zbrojeno daju vrijednost F .

Izmjereni sjaj zvijezde F_\star u takvoj jednostavnoj fotometriji je

$$F_\star = F - n_\star F_0 \quad (2.24)$$

a pripadna pogreška u najjednostavnijoj procjeni je¹¹

$$\Delta F_\star = \sqrt{F_\star + n_\star \left(1 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{n_\star}{n_0}\right) (\Delta F_0)^2} \quad (2.25)$$

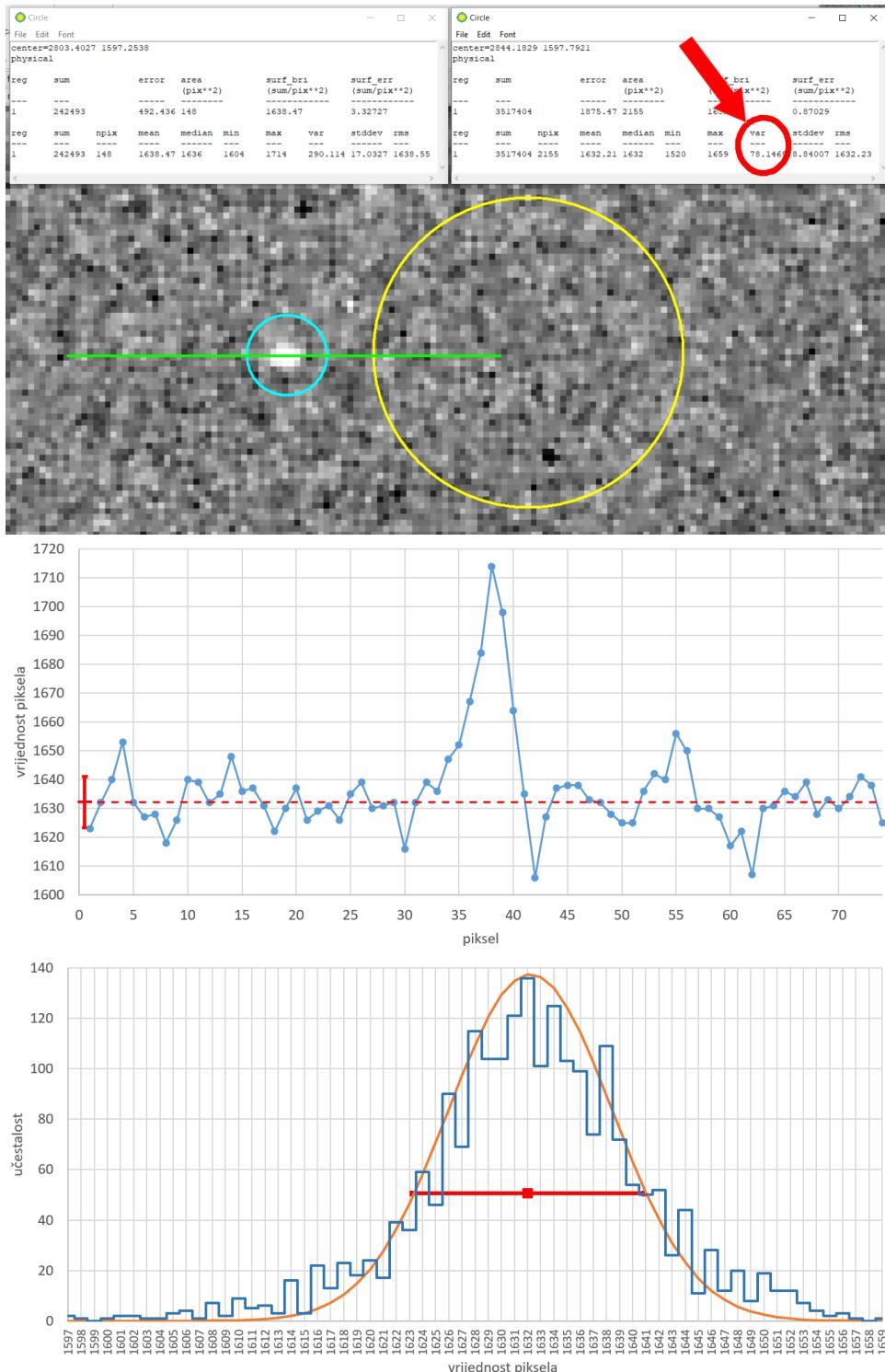
gdje je ΔF_0 standardna devijacija (standardno odstupanje) vrijednosti piksela pozadine, a $(\Delta F_0)^2$ pripadna varijanca (prosječno srednje kvadratno odstupanje). Za izračun varijance koristimo piksele pozadine (one iz kojih smo pronašli medijan F_0) iz formule

$$(\Delta F_0)^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} (x_i - \bar{F})^2}{n_0 - 1} \quad (2.26)$$

gdje su x_i pojedinačne vrijednosti piksela, \bar{F} je srednja vrijednost piksela pozadine, a \sum je simbol koji označava sumiranje po indeksu i (tj. po svim pikselima). Na sreću, nećemo morati ručno raditi taj izračun, nego će nam program kojim ćemo raditi mjerena automatski izračunati varijancu $(\Delta F_0)^2$. Taj postupak opisan je u poglavlju 4.4.1.

Primijetite da je za smanjenje pogreške preporučljivo koristiti puno više piksela za određivanje sjaja neba nego li pikseli za mjerjenje sjaja zvijezde, kako bi dobili $n_\star/n_0 \ll 1$. Takoder, ako je zvijezda jako sjajna onda pogreška teži prijašnjem rješenju $\Delta F_\star = \sqrt{F_\star}$.

¹¹Faktor $\pi/2$ se pojavljuje zbog korištenja medijana za sjaj pozadine. Ako se koristi srednja vrijednost, onda taj faktor nestaje.



Slika 2.18: Primjer statistike piksela kod određivanje pogreške. Najgornji panel: zvijezda (unutar malog cijan kruga) izdiže se svojim sjajem iznad okolnih piksela (crvenom strelicom i krugom označeno je gdje se nalazi ispis vrijednosti (ΔF_0)², vidi poglavlje 4.4.1). Srednji panel: grafikon prikazuje vrijednosti piksela uzduž zelene linije označene na najgornjem panelu. Puna linija s točkama su vrijednosti piksela. Crtkana linija je medijan pozadine (izračunat iz piksela unutar velikog žutog kruga). Okomita crvena crta pokazuje odmak za jednu standardnu devijaciju iznad i ispod medijana pozadine. Najdonji panel: histogram (puna stepeničasta linija) vrijednosti piksela unutar velikog žutog kruga na najgornjoj slici. Glatka linija je Gaussova (normalna) raspodjela koja statistički opisuje taj histogram. Horizontalna crvena linija pokazuje odmak za jednu standardnu devijaciju iznad i ispod srednje vrijednosti pozadine (ujedno i širina Gaussove raspodjele).

Kako bi intuitivno shvatili o čemu ovdje govorimo, poslužit ćemo se primjerom na slici 2.18. Prikazana su tri panela, gdje najgornji prikazuje sliku zvijezde koju analiziramo. Zvijezda se ističe kao bijela fleka na inače vrlo šumovitoj pozadini kojom je ispunjen ostatak slike. Horizontalna linija koja prolazi kroz zvijezdu nam služi da očitamo vrijednosti piksela po toj liniji. Srednji panel pokazuje te vrijednosti i vidi se kako se sjaj piksela zvijezde izdiže iznad vrlo nestabilnog sjaja pozadinskih piksela.

Veliki žuti krug na najgornjem panelu služi za određivanje statistike pozadinskih piksela. Crvena crtkana linija na srednjem panelu je medijan vrijednosti piksela unutar tog kruga. Ta linija koristi se kao vrijednost sjaja pozadine. Okomita crvena crta prikazana na početku crtkane linije je iznos jedne standardne devijacije ΔF_0 iznad i ispod medijana. To nam je ujedno i neki prosječan raspon odstupanja od medijana.

Najdonji panel ilustrira što mislimo pod tom tvrdnjom o "prosječnom rasponu odstupanja". Ako uzmemo sve piksele unutar žutog kruga na najgornjem panelu i napravimo histogram njihovih vrijednosti, dobijemo stepeničastu liniju na najdonjem panelu. Vidimo da se radi o raspodjeli koja ima neku širinu. Ako provučemo optimalnu Gaussovnu (normalnu) raspodjelu¹² kroz ta mjerena, tada će standardna devijacija ΔF_0 biti širina te raspodjele. Stoga kada od piksela zvijezde oduzimamo sjaj pozadine, moramo uzeti u obzir da nam točan iznos sjaja pozadine nije poznat, nego da ima neku neodređenost koju opisujemo pomoću varijance (ΔF_0)².

Ukoliko pak se upustimo u osnovne korake korekcije slike (vidi poglavlje 4.3), tada ulazimo i u komponente izvora šuma. Pogreška u tom slučaju postaje

$$\Delta F_\star = \sqrt{F_\star + n_\star \left(1 + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{n_\star}{n_0}\right) (F_{sky} + F_{dark} + (\Delta F_R)^2)} \quad (2.27)$$

gdje su F_{sky} sjaj neba, F_{dark} sjaj tamnih slika (eng. dark frame, slike sa zatvorenim otvorom kamere), a $(\Delta F_R)^2$ varijanca šuma uzrokovanih elektronikom kamere prilikom čitanja slike sa senzora (vidi poglavlje 4.4). S detaljima ovih komponenti šuma baviti ćemo se u poglavljima o koracima fotometrije, a kako odrediti F_{sky} , F_{dark} i $(\Delta F_R)^2$ opisano je u poglavlju 4.4.2. I tu ćemo sada stati s daljnjim produbljivanjem teme fotometrijskog šuma.

¹²https://en.wikipedia.org/wiki/Normal_distribution

POGLAVLJE 3

Snimanje neba

Iako na Internetu možemo pronaći mnoštvo astronomskih slika vrhunske kvalitete, već obrađene i spremne za fotometriju, ništa ne može zamijeniti iskustvo vlastitog snimanja neba i učenja kroz praksu na vlastitim greškama.

Astronomsku fotometriju radimo na digitalnim snimkama noćnog neba. Što je snimka kvalitetnija, to je i fotometrija preciznija. Problemi leže u tome što postoje i razni izvori neželjenog šuma u signalu. Stoga se, osim tehnike snimanja samog neba, mogu odraditi i koraci prikupljanja posebnih vrsta slika kojima je za cilj ublažavanje utjecaja šuma na fotometrijsku pogrešku. Bez obzira na to, prvi koraci u snimanju neba za najjednostavniju fotometriju nisu teški i samo traže odlučnost da se upustite u ovu avanturu.

3.1 Prvi korak: snimanje fotoaparatom bez teleskopa i bez praćenja neba

Ukoliko radite s astro-kamerom, možete preskočiti ovo poglavlje i krenuti na fotometriju vaših FITS slika. Ako pak radite s fotoaparatom evo nekoliko ključnih uputa kako snimati noćno nebo pomoću objektiva na fotoaparatu (preporuka je koristiti objektiv do maksimalno 135 mm):

1. Ako koristite fotoaparat, poput DSLR kamera, onda morate na njemu aktivirati spremanje slike u sirovom formatu (npr., .CR2 za Canon, .NEF za Nikon). Nipošto u .JPG jer se tim formatom gube informacije o točnom sjaju piksela! Taj ćeće sirovi format kasnije pretvoriti u FITS format. Ukoliko vam fotoaparat nudi i opciju rezolucije, odaberite maksimalan broj piksela, tj. maksimalnu veličinu slike.
2. Stavite način rada fotoaparata na ručno podešavanje (oznaka „M“, vidi sliku 3.1).
3. Stavite ISO za početak na 400 do 800. Kasnije možete varirati ISO i promatrati kako utječe na sliku. Veliki ISO će lako prikazati i sam sjaj neba, ali pritom raste i šum stvoren u samoj kameri, što može stvoriti problem kod fotometrije. A najveći problem velikog ISO-a je saturacija vrijednosti piksela sjajnih zvijezda, o čemu više govorimo u poglavlju 4.2. Konačni ISO biti će rezultat vašeg eksperimentiranja ne bi li se postigao kompromis između onog što želite vidjeti na slici i količine šuma i saturacije koje ste voljni tolerirati (vidi sliku 3.2).
4. Ekspozicija ovisi o objektivu kojeg koristite: broj 300 podijelite sa žarišnom duljinom objektiva i dobili ste maksimalnu vrijednost ekspozicije. Na primjer, objektiv od 50 mm omogućuje ekspozicije do 6 sekundi. Sve duže od toga izazvat će izdužene zvijezde zbog vrtnje neba. Možete se igrati različitim ekspozicijama i sami se uvjeriti što je najbolji odabir (vidi sliku 3.2).
5. Maksimalno otvorite blendu na objektivu, tj. postavite F-broj na minimalnu vrijednost (vidi sliku 3.2).
6. Isključite automatski fokus i stabilizaciju slike (vidi sliku 3.3).



Slika 3.1: Aktiviranje ručnog načina rada, prebacivanjem prekidača na oznaku "M".



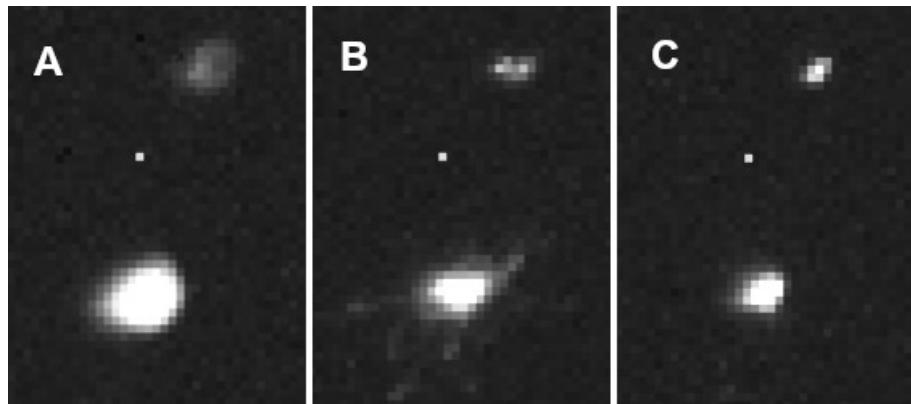
Slika 3.2: Izbornik fotoaparata, gdje se mogu pratiti vrijednosti ekspozicije, blende i ISO vrijednosti.



Slika 3.3: Isključivanje automatskog fokusa i stabilizacije slike ovisi o vrsti objektiva kojeg koristite. Za isključili automatsko fokusiranje objektiva, prekidač s AF (auto fokus) prebacite na MF (manual fokus). Kod nekih objektiva oznaće mogu biti samo A i M, a M opet znači "manual fokus". Stabilizaciju nemaju svi objektivi. Ako vaš objektiv ima stabilizaciju, prekidač stavite na OFF.



Slika 3.4: Za podešavanje fokusa koristite oznake za udaljenost koje se nalaze na objektivu. Prsten za fokus okrenite na beskonačno (slike lijevo), a zatim ga za vrlo sitan pomak okrenite u suprotnom smjeru (slike desno). Kod jeftinih objektiva postoji mogućnost da nisu upisane oznake za udaljenost. U tom slučaju kako bi prsten za fokus postavili na beskonačno, okrenite ga skroz ulijevo.



Slika 3.5: A: Slika nije u fokusu i zvijezde su previše razmrljane. B: Fotoaparat se tresao tijekom trajanja ekspozicije. C: Zvijezde su u fokusu (malo su izdužene jer nema praćenja vrtnje neba). Primijetite „vrući piksel“ na svim slikama – svijetli piksel koji dolazi zbog greške na kameri i predstavlja neželjeni šum kojeg se treba paziti kod fotometrije.

7. Podesite prsten objektiva za fokus na beskonačnost, i zatim ga za *vrlo sitan* pomak okrenite u suprotnom smjeru (vidi sliku 3.4).
8. U praksi vjerojatno vam zvijezde neće biti odmah u fokusu. Stoga na prvim probnim fotografijama pogledajte možete li laganim pomacima prstena fokusa dobiti da vam zvijezde budu još sitnije (manjeg promjera) na slici (vidi sliku 3.5).
9. Zanimljivo je da će vam za precizniju fotometriju trebati u stvari lagano defokusirana slika. Time se možete baviti kada savladate osnove fotometrije, a više o tome govorimo u poglavlja 4.2 i 5.4.

Ispobavanje raznih kombinacija ISO vrijednosti i dužine ekspozicije je krucijalno za postizanje kvalitetne slike. Ako radite sa sjajnjim zvijezdama, trebati će vam i defokus (obratite pažnju na poglavje 4.2) tako da zvijezda ima promjer od 8-10 piksela. Ako želite precizniju fotometriju, onda napravite nekoliko uzastopnih snimaka zvijezde i zatim usrednjite rezultate fotometrije. Stoga samo strpljivo i pažljivo, a najbolji uvod je da isprobate primjere u poglavlu 5. Vremenom ćete skupiti iskustva kako podesiti vašu kameru na optimalan način.

3.2 Prvi korak: snimanje fotoaparatom kroz teleskop

Ako koristite fotoaparat na teleskopu, uvjet je da imate i uključeno praćenje, te koristite slijedeće korake:

1. Stavite način rada fotoaparata na ručno podešavanje (oznaka „M“, vidi sliku 3.1).
2. Stavite ISO za početak na 400 do 800, i pratite upute kao i za objektiv (poglavlje 3.1).
3. Ekspozicija sada nema ograničenja zbog vrtnje neba. Ograničeni smo samo pozadinskim sjajem neba koji na slici postaje sve sjajniji kako ekspozicija raste.
4. Fokusiranje je identično kao kod objektiva (točka 8 u poglavlu 3.1), jedino što sada nemate prsten fokusa na objektivu nego koristite fokuser na teleskopu.

I ovdje će vam izazov biti ISO, dužina ekspozicije i defokus. Ali zbog praćenja možete probati se približiti cilju da vam je ISO što manji (ISO100), ekspozicija barem 15 sekundi, i defokus takav da zvijezda pokrije barem 8-10 piksela kako bi demozaik (debayer) proces bio uspješan (vidi poglavje 4.2). Isto tako, preporučljivo je radi postizanja preciznije fotometrije napraviti nekoliko uzastopnih snimaka zvijezde tako da je malčice na drugačijem mjestu na svakoj slici, i onda usrednjiti rezultate fotometrije.

3.3 Konverzija RGB slike u FITS format

Ako koristite astronomsku kameru onda ovaj korak možete preskočiti jer će vam slika biti automatski pohranjena u FITS formatu. Ali fotoaparatom ste dobili slike u nekom njihovom sirovom formatu (npr., .CR2 za Canon, .NEF za Nikon), dok nama treba FITS format. Stoga treba napraviti konverziju iz sirovog u FITS format. Dodatni problem je što fotoaparat sadrži crvene, zelene i plave piksele (vidi poglavje 2.4.1). To znači da sada kod konverzije u FITS format trebamo stvoriti tri FITS slike, za svaku boju zasebno, koristeći neki demozaik algoritam (vidi sliku 2.9). To se može napraviti raznim

aplikacijama (oprez: morate biti sigurni da vam aplikacija nije „pametna“ pa je automatski poremetila vrijednosti piksela da slika bude ljepša).

Ovdje dajemo primjer kako to napraviti u besplatnoj aplikaciji ASTAP na najjednostavniji način, dok u poglavlju 4.3.2 opisujemo kako konvertirati pomoću aplikacije IRIS, a u poglavlju 5.5.1 kako pristupiti sirovim pikselima u Python-u. Nakon što savladate početne korake u fotometriji koristeći ASTAP, IRIS će biti bolji izbor za konverziju. U poglavlju 5.5 se zato bavimo i opisom kako se rezultat može razlikovati ovisno o metodi konverzije u FITS.

3.3.1 Konverzija pomoću aplikacije ASTAP

Ako ćete za fotometriju koristiti program SAOImageDS9 (vidi poglavlje 4.1.1), onda je ovo zgodan način kreiranja FITS slike koja će u sebi imati razdvojene RGB kanale, što će program DS9 prepoznati. U tu svrhu instalirajte besplatni program ASTAP: <http://www.hnsky.org/astap> (mi smo ovdje koristili verziju 2024.05.24). Koraci u programu su:

- Učitajte svoju sirovu sliku u program.
- Odaberite *Tools→De-mosaic Bayer matrix*.
- Zatim odaberite *File→Save as FITS file*.

Kreirana FITS slika imati će u sebi zapisanu svaku boju zasebno, što ćete primijetiti tek kada krenete u analizu te FITS slike. Budući da demozaik konverzija neće nužno biti zadovoljavajuće precizna, preporučljivo je napraviti nekoliko uzastopnih snimaka zvijezde tako da je malčice na drugačijem mjestu na svakoj slici. Isto tako je za demozaik bolje imati malo defokusiranu zvijezdu, da pokrije 8-10 piksela. Konačni rezultat je usrednjena vrijednost izmjerенog sjaja iz pojedinih slika.

3.4 Upotreba astronomskih filtera

Filteri su izuzetno važan alat u astronomiji. Oni omogućuju izoliranje specifičnih valnih dužina svjetlosti, te time otkrivaju detalje koji bi inače bili izgubljeni u šumu neželjenog svjetla. Profesionalni astronomi koriste izuzetno široku paletu filtera kako bi mjerljima otkrili astrofizička svojstva nekog objekata, dok astronomi amateri filtere koriste kod vizualnog promatranja ili snimanja nebeskih objekata. U poglavlju 2.4 opisali smo koja je važnost filtera u astronomiji, kako su već ugrađeni u fotoaparate, i kako mjerena pomoću filtera povezujemo s fizikalnim procesima u Svetmiru.

Ovdje ćemo se osvrnuti na neke praktične elemente korištenja filtera u amaterskoj astronomiji, posebice ako ciljate na astrofotografiju, ali su vam upotrebljivi i ako želite raditi fotometriju. Glavni ciljevi kod korištenja filtera biti će vam smanjiti utjecaj svjetlosnog onečišćenja, poboljšati odnos signala i šuma, postići što veći kontrast i oštrinu, te što više naglasiti strukture na objektima koji se promatraju ili snimaju. Filteri dolaze u različitim veličinama, od 1.25" (31,7 mm) do 2" (50,8 mm), ili kao "unmounted" filteri (samo staklo bez okvira) za profesionalne kamere. Pojednostavljeno, filtere možemo svrstati u dvije



Slika 3.6: Kotač sa filterima za astronomsku kameru (foto: Jasmin Dolamić)

kategorije. Prva su planetarni ili kolor filteri. Ovo je apsorpcijski tip filtera što znači da blokiraju svjetlo tako da ga apsorbiraju. Proizvođači u ponudi imaju cijeli niz boja, a ovisno o boji, ovi filteri ističu specifične značajke na planetima. Drugi tip su refleksijski, a kao što ime sugerira, blokiraju svjetlo tako što reflektiraju neželjenu valnu dužinu. U tu kategoriju ulaze filteri za astrofotografiju, te za vizualno promatranje objekata dubokog svemira. Refleksijski se filteri mogu dodatno podijeliti u podkategorije:

- *Filteri za smanjenje svjetlosnog onečišćenja:* Radi se o filterima dizajniranim za blokiranje specifičnih valnih dužina svjetlosti koje emitiraju umjetni izvori svjetlosti, poput natrijevitih i živinih lampi. Ovakvih je lampi sve manje jer ih mijenjaju LED lampe. Nažalost LED emitira u jako širokom spektru, pa ga je teže filtrirati. Popularni primjeri su UHC (Ultra High Contrast) i CLS (City Light Suppression) filteri.
- *Širokopojasni filteri (RGB i LRGB):* Ovi su filteri neizostavan dio svake monokromatske kamere. Svaki filter propušta spektar u određenoj valnoj dužini, a omogućuju stvaranje kolor fotografija kombinacijom crvene, zelene i plave svjetlosti.
- *Uskopojasni filteri:* NB (narrow band) filteri propuštaju samo vrlo uski raspon valnih dužina svjetlosti, što je idealno za snimanje emisijskih maglica i analizu kemijskog sastava objekta kojeg snimamo. Tipični predstavnici uskopojasnih filtera su H-alfa ($H\alpha$) koji propušta svjetlost vodika na 656.3 nm, često se koristi za crveno svjetlo u maglicama. O-III koji detektira dvostruko ionizirani kisik na 495.9 i 500.7 nm, vidljiv kao plavo-zelena boja u emisijskim maglicama, te S-II sa fokusom na sumpor na 671.6 nm. Kombinacija ovih filtera koristi se u astrofotografiji za stvaranje tzv. "Hubble palete".

Od navedenih se filtera za vizualno promatranje koriste filteri za smanjenje svjetlosnog onečišćenja i O-III filter, na kolor kamerama (fotoaparati ili RGB astro-kamera) koristi se također neka od opcija UHC ili CLS filtera, dok na monokromatskim kamerama (astro-kamerama) koristimo širokopojasne i uskopojasne filtere. U teoriji, moguće je i na kolor kamerama koristiti uskopojasne filtere, no zbog Bayerove matrice koju te kamere koriste (vidi poglavlje 2.4.1), dolazi do velikog pada osjetljivosti pa se prednosti tih filtera ne mogu u potpunosti iskoristiti. Zato ako želimo dobiti sliku s boljim kontrastom i s više detalja moramo koristiti monokromatsku kameru. Nažalost, korištenje takve kamere zahtijeva višestruke ekspozicije (svaki filter se snima zasebno) što povećava složenost procesa snimanja i obrade, a i osjetno produžuje vrijeme snimanja.

POGLAVLJE 4

Fotometrija

Nakon što su napravljene snimke neba kreće astronomsku fotometriju. Osnovna ideja je izmjeriti koliko svjetla koje dolazi iz svemirskog objekta je detektirala kamera, a da se pritom oduzmu svi drugi doprinosi koji sa svemirom nemaju veze.

Da ponovimo, cilj astronomске fotometrije je izmjeriti gustoću toka zračenja (astronomi to na engleskom nazivaju *flux density* ili jednostavno samo *flux*), tj. energiju koja prolazi kroz jedinicu površine u jedinici vremena (W/m^2). Drugim riječima, interesira nas koliko je energije prikupio piksel kamere tijekom vremena trajanja prikupljanja svjetla na senzoru (eksponicije, tj. „brzine zatvarača“).

Današnji senzori su čipovi koji na svjetlo reagiraju linearno, što znači da duplo više svjetla znači i duplo veća vrijednost piksela. To vrijedi tako dugo dok pikseli ne saturiraju, tj. dosegnu najveću svoju vrijednost. Dakle, ako imamo zvijezdu koja nije saturirala piksele, fotometrija bi se mogla svesti na zbrajanje vrijednosti u pikselima pokrivenim sjajem zvijezde.

Na žalost, glavni problem u tome je što vrijednosti koje piksel ima ne dolaze samo od sjaja zvijezde nego i samo nebo (atmosfera) ima svoj sjaj, a i u samom senzoru stvara se signal nevezan sa svjetлом zvijezde. Te doprinos nazivamo šum i može jako zagorčati naš fotometrijski život. Dodatna komplikacija su neravnomjernosti u osvjetljavanju površine čipa, što dolazi zbog same optike objektiva kamere (ili teleskopa), ali i zbog čestica prašine koje su možda sjele na sam čip (a da ne govorimo i o drugim problemima poput rošenja leće zbog kondenzacije vlage).

4.1 Jednostavna fotometrija - prvi koraci

Ali ajmo mi polako, prvo samo s najjednostavnijim pristupom. Glavni izvor šuma koji ne možemo nikako zaobići je sjaj neba. Posebice ako snimate s neke lokacije koja ima osjetno svjetlosno onečišćenje. Krenut ćemo s metodom koja ne uključuje mnoštvo koraka za micanje šuma, nego ćemo samo procijeniti sjaj neba i oduzeti ga od sjaja zvijezde. Time ćemo možda imati grešku mjerena i po par desetaka posto, ali za početak nam je to sasvim dovoljno za započeti se baviti fotometrijom. Pritom je dobro se držati upute da se ne snimaju zvijezde koje su niže od oko 30° iznad horizonta, kako bi izbjegli jači utjecaj atmosfere (jer što je zvijezda niže prema horizontu, to je duži put kroz atmosferu).

U ovom početnom pristupu doprinos šuma mjerimo na najjednostavniji način koristeći neposrednu okolinu zvijezde i onda ga oduzimamo od izmјerenog sjaja zvijezde. Pritom je važno da zvijezda koju mjerimo nije saturirana, tj. da eksponicija nije bila predugačka za njen sjaj. U tom slučaju vrijednosti piksela dosegnu maksimum koji dozvoljava kamera, a mi ostajemo bez informacije koliko je stvarno zvijezda sjajna.

Budući da ne koristimo kalibrirani senzor (kod kojih izmjerene vrijednosti znamo kako pretvoriti u W/m^2), ovakvom fotometrijom možemo samo mjeriti koliko su zvijezde međusobno sjajnije jedna od druge u području osjetljivosti vaše kamere (tzv. *diferencijalna fotometrija*). Ako prva zvijezda ima sjaj S_1 na vašoj slici, a druga sjaj S_2 , onda možemo definirati razliku u njihovim magnitudama:

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \frac{S_1}{S_2}. \quad (4.1)$$

Nama je cilj izmjeriti sjaj S_1 i S_2 u proizvoljnoj skali (koja se pokrati jer se sjaj S_1 dijeli sa sjajem S_2). To je najlakše postići na način da se naprsto zbroje vrijednosti piksela koje pokriva zvijezda, ali tako da se pritom oduzme vrijednost pozadinskog šuma. U tu svrhu prikazat ćemo tehniku *aperturne fotometrije*, gdje se zvijezda i njezina okolina mjere unutar koncentričnih kružnica (apertura).

Važno je napomenuti da astronomi koriste posebni tip zapisa slika, pod nazivom FITS, opisan u poglavlju 2.2.1. U poglavlju 3.3 dajemo upute kako sliku dobivenu fotoaparatom pretvoriti u FITS. Pritom treba imati na umu da će fotoaparat stvorit RGB sliku, koja prelaskom u FITS se pretvara u tri zasebne slike: crvenu, zelenu i plavu. Pritom su sve tri zajedno zapisane u jedan FITS dokument s kojim sada radimo. Ako koristite astrokameru, posebno dizajniranu kameru za astronomiju, onda odmah imate zapis slike u FITS formatu.

4.1.1 Jednostavna fotometrija u programu SAOImageDS9

Ima raznih astronomskih programa koji omogućuju fotometriju, ali kroz praksu nam se za sada pokazao program SAOImageDS9 vrlo lagan za korištene kod početnika: <https://sites.google.com/cfa.harvard.edu/saoimageds9>

Postupak u programu DS9 je slijedeći:

1. Učitajte FITS sliku koju ste kreirali: *File→Open*. Pritom obratite pažnju:
 - ako vam slika ili folder u kojem držite vašu sliku ima neko naše slovo (čćđžš), DS9 će odbijati otvoriti sliku.
 - ovisno o tome kako ste kreirali FITS sliku, moguće da je kod konverzije iz sirovog formata u FITS došlo do izokretanja slike po vertikalnoj osi. Pripazite na to ako radite usporedbu s položajima zvijezda (npr. u Stellariumu).
2. Ako želite provjeriti podatke o tome kada je slika napravljena, koja je bila dužina ekspozicije, ISO vrijednost, tip kamere, i slično, kliknite: *File→Header*. Fotoaparat je zabilježio te podatke u zaglavje (eng. header) slike i ti podaci su sačuvani kod konverzije u FITS.
3. Ako ste koristili fotoaparat, pojavit će se dodatni prozor pod nazivom *Cube*. Nemojte ga zatvoriti, vrlo je važan: omogućuje prebacivanje između crvene (1), zelene (2), i plave (3) slike klikom na *Next* (vidi sliku 4.1). Ako ga slučajno zatvorite, možete ga natrag otvoriti pomoću: *Frame→Cube*.
4. Prvo si trebate odabrati kako obojati sliku kako bi uopće vidjeli što je na njoj. Za to je potrebno kliknuti *scale* i onda odaberite nešto iz ponuđenih mogućnosti (*log* često dobro funkcioniра, a kombinacija *z-scale* i *histogram* će vam uvijek pokazati ima li nečeg na slici). Zgodno je odabrati i ručno podešavanje: *Scale→Scale_Parameters*.

Otvorit će vam se prozor u kojem je iscrtan histogram vrijednosti svih piksela na slici. Preko histograma iscrtane su crvena i zelena linija koje možete uhvatiti mišem i micati. To su granice za paletu boja. (Dodatno u meniju pod *color* možete odabrat i neku lijepu paletu boja, ali preporučamo da zadržite *gray*.)

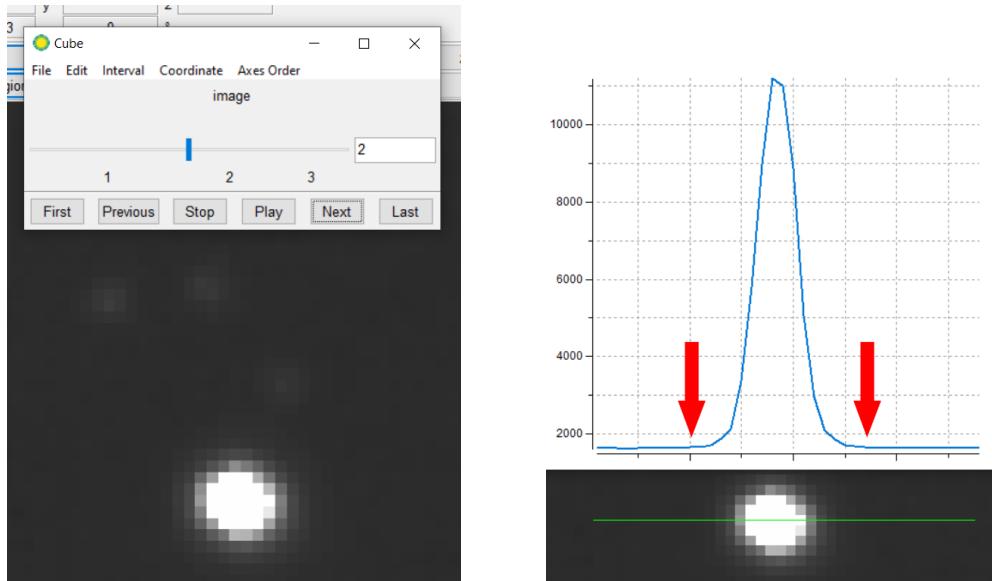
5. Pomoću srednje tipke miša možete kontrolirati povećanje slike. Ili kliknite na *zoom* pa odaberite neko povećanje.
6. Kada znate koju zvijezdu želite fotometrirati, postavlja se pitanje koliko je ona zapravo velika na slici. Tamna pozadina može zavarati, što se vidi iz primjera na slici 4.1, gdje su prikazane vrijednosti piksela uzduž (zelene) linije koja presijeca zvijezdu. Crvenim strelicama su označeni položaji gdje možemo biti sigurni da se sjaj zvijezde stopio s pozadinom. Imajte to na umu u sljedećim koracima fotometrije.
7. Mjerenja sjaja piksela moguće je jedino ako ste prvo aktivirali: *Edit→Region*.
8. Sada odaberite krug unutar kojeg ćete zbrojiti sve vrijednosti piksela. U meniju prvo selektirajte: *Region→Shape→Circle*. Zatim, kliknite na zvijezdu i razvucite dovoljno velik krug oko nje da ste sigurni kako je unutar njega svo svjetlo koje dopire sa zvijezde (vidi sliku 4.2). Krug se može selektirati klikom miša i onda micati ako ga niste dovoljno dobro pozicionirali. Ako ga želite obrisati, prvo ga selektirajte, a onda kliknite: *Region→Delete_Selection*.
9. Kliknite dva puta na krug, ili odaberite *Region→Get_Information*. Pojavit će se prozorčić u kojem pišu koordinate centra kruga i njegov radijus.
10. Na tom prozorčiću odaberite: *Analysis→Statistics*. Sada se otvara novi prozorčić u kojem je ispisana statistika piksela unutar kruga. Zapišite si vrijednosti *sum* (zbroj vrijednosti svih piksela) i *npix* (koliko piksela je unutar kruga).
11. Sada nam treba pozadinski sjaj neba. Odaberite: *Region→Shape→Annulus*. Zatim kliknite na sliku i razvucite prsten koji se pojavi. Pomaknite te ga na poziciju sa središtem na zvijezdi¹, te mu podesite debjinu i veličinu da prsten bude izvan područja zvijezde i da, ako je ikako moguće, nema drugih zvijezda unutra prstena (vidi sliku 4.2).
12. Kliknite dva puta na prsten ili odaberite *Region→Get_Information*. Pojavit će se prozorčić u kojem pišu koordinate centra prstena i njegovi radijusi.
13. Na tom prozorčiću odaberite: *Analysis→Statistics*. Sada se otvara novi prozorčić u kojem je ispisana statistika piksela unutar prstena. Zapišite si vrijednost *median* – to je medijan vrijednost piksela koji su unutra prstena. Zabilježite i broj piksela, trebat će vam za izračun pogreške. Zabilježite i vrijednost *var*, trebat će vam kod izračuna pogreške.
14. Sada imamo sve vrijednosti za izračun sjaja *S* te zvijezde sukladno jednadžbi 2.24:

$$S = \text{sum} - \text{median} * \text{npx}$$

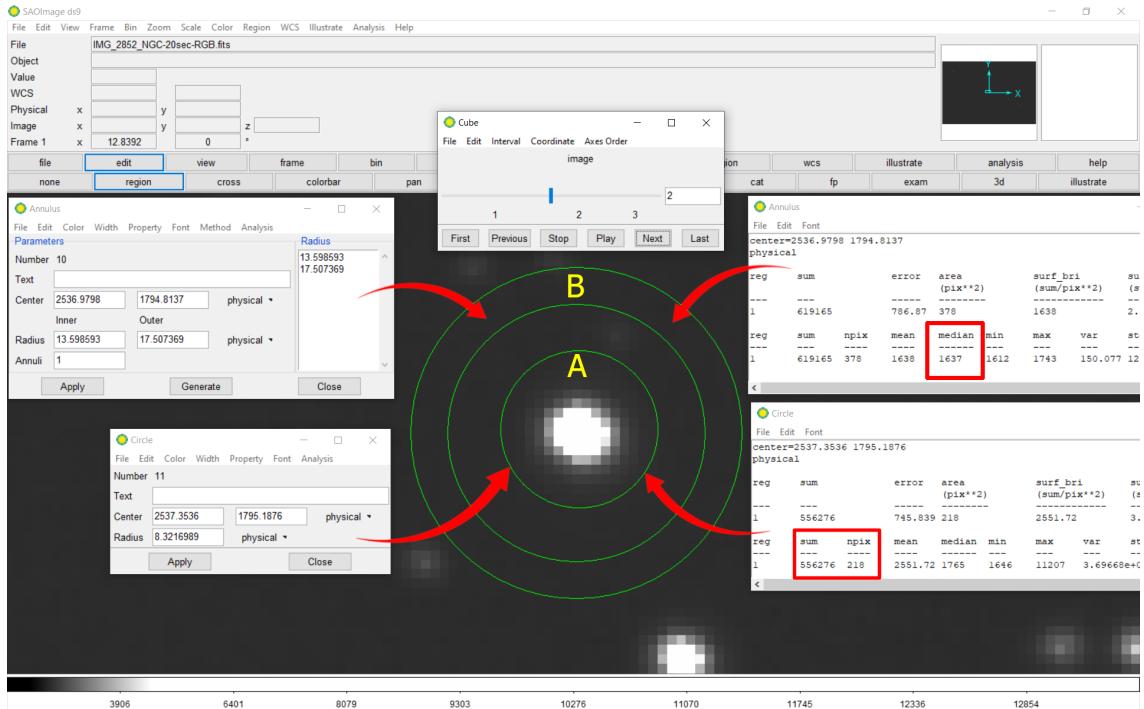
Izraženo u magnitudama to je: $m = -2.5 \log(S)$.
15. Pripadnu pogrešku računajte u ovoj jednostavnoj verziji fotometrije pomoću jednadžbe 2.25, gdje je $(\Delta F_0)^2 = var$.

Ukoliko želite te vrijednosti izmjeriti u svakoj od RGB slika, dovoljno je samo u prozorčiću „Cube“ klikati „next“ i vrijednosti u svim drugim prozorima će se automatski mijenjati same. Sada ste spremni koristiti fotometriju za vaše astronomске avanture.

¹Kada ovako imate prsten preko prije iscrtanog kruga, neće moći selektirati krug. Taj problem možete riješiti tako da selektirate prsten i onda ga prebacite „iza“ kruga pomoću: *Region→Move_to_Back*.



Slika 4.1: Lijevo: Prozor „Cube“ omogućuje odabir slike u crvenom (1), zelenom (2) ili plavom (3) području. Desno: Izgled zvijezde može zavarati. Prava veličina zvijezde je područje gdje se sjaj izdiže iznad pozadinskog sjaja neba.



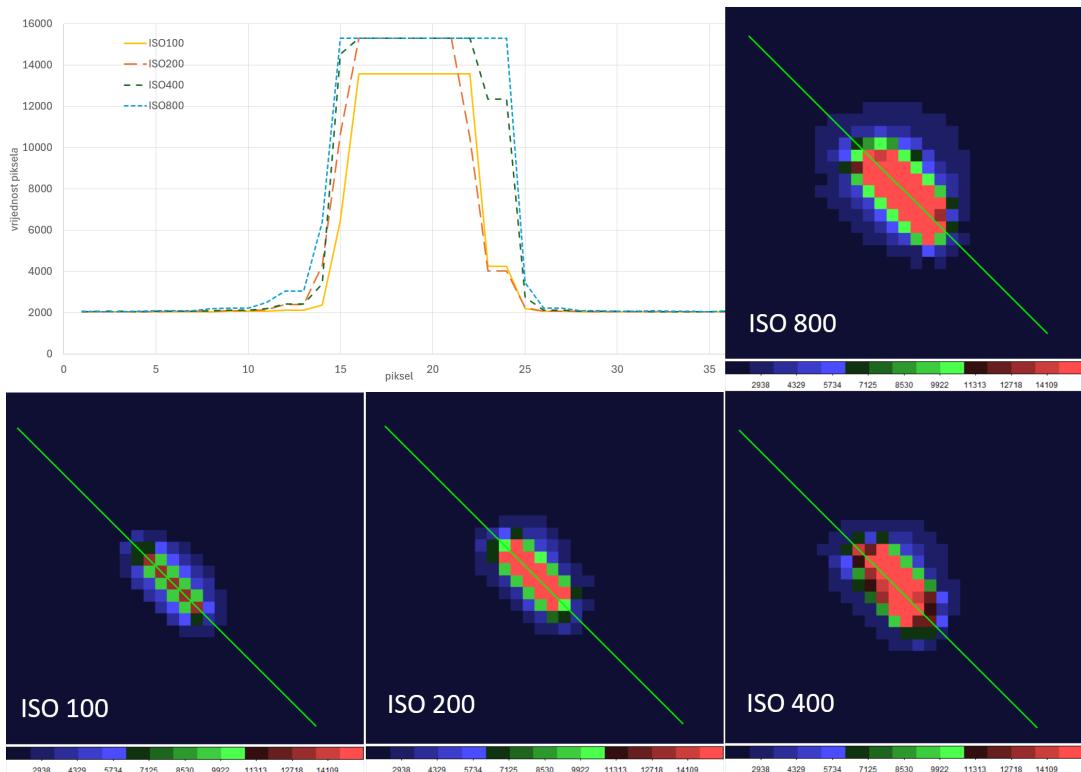
Slika 4.2: Aperturna fotometrija koristi kružnice za označavanje područja unutar kojeg se analiziraju vrijednosti piksela. „A“ je disk koji pokriva sve piksele kojima sjaju doprinosi zvijezda, a „B“ je prsten koji nam služi za određivanje pozadinskog sjaja neba.

4.2 Problem saturacije zvijezda (upoznajte offset, ISO i gain)

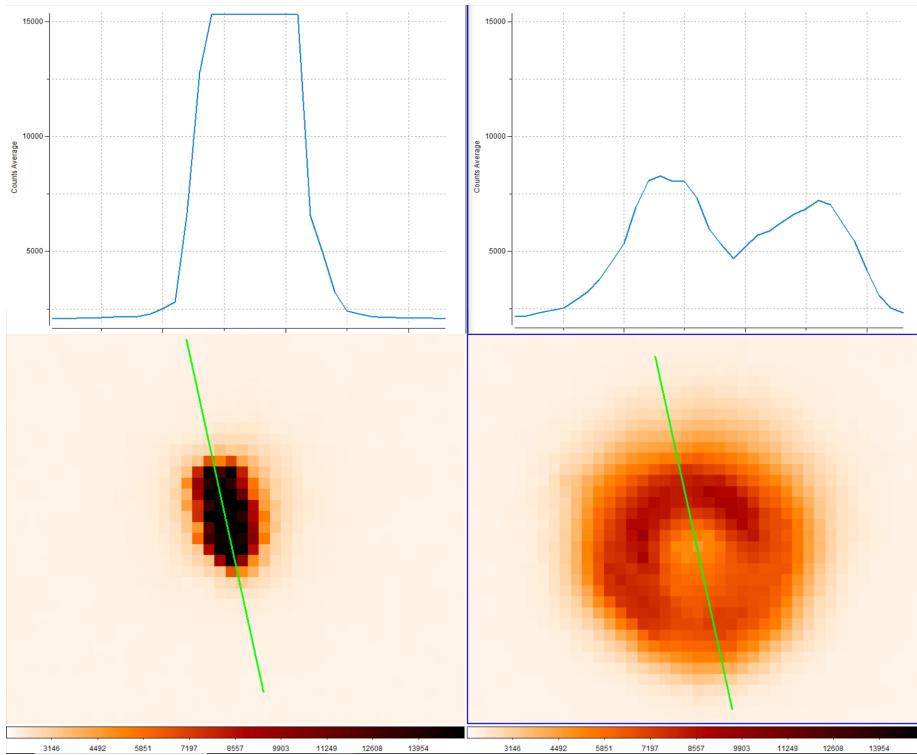
Ovisno o tome koju kameru koristite, i kakav objektiv ili teleskop, prije ili kasnije suočiti ćete se s problemom saturacije piksela sjajnih zvijezda. To je situacija kada vam kamera izgubi sposobnost prikazati točne vrijednosti najsjajnijih piksela jer su prikupili previše elektrona (tj. svjetla).

Ako imate kameru uz praćenje vrtnje neba, tada želite što dužu ekspoziciju ne bi li pojačali signal iznad šuma (vidi poglavlje 2.6.5), te da izbjegnete efekte seeinga (brza titranja sjaja zvijezde zbog atmosfere, vidi poglavlje 2.3). Bilo bi dobro da je ekspozicija barem 15 sekundi, a maksimalno moguće trajanje će vam odrediti sjaj neba i kvaliteta praćenja. Ako je ta kamera fotoaparat, tada koristite ISO100 (ovdje ćemo objasniti zašto). Na žalost, ovako dugačke ekspozicije neminovno vode u saturaciju sjajnih zvijezda.

Ako nemate praćenje neba, nego samo fotoaparat usmjeren prema nebu, tada ne možete koristiti dugačku ekspoziciju (jer se zvijezde izdužuju na slici), zbog čega će nedostajati prikupljenog svjetla za napraviti fotometriju. Stoga ste prisiljeni podizati ISO vrijednost na fotoaparatu, ne bi li povećali vrijednosti piksela da uopće nešto vidite. ISO800 i više tada nisu neuobičajeni, no tako veliki ISO vrlo lako saturira čak i ne jako sjajne zvijezde (vidi sliku 4.3).



Slika 4.3: Primjer saturirane zvijezde. Snimka je napravljena fotoaparatom bez praćenja i s ekspozicijom od 4 sekunde, pa je zvijezda izdužena zbog vrtnje neba. Grafikon prikazuje sjaj zvijezde uzduž linije označene na slikama. Slike su različitih ISO vrijednosti i samo kod ISO100 nije došlo do saturacije. To se vidi po tome što su profili sjaja u grafikonu svi istog maksimuma kod ISO200, ISO400 i ISO800, a samo je kod ISO100 maksimum manji. Sjaj piksela na slikama je obojan (*Color→color* u DS9) stepeničastom bojom da se lakše uoče promjene u sjaju (vidi sliku 2.7 kao primjer stepeničastih boja vrijednosti sjaja).

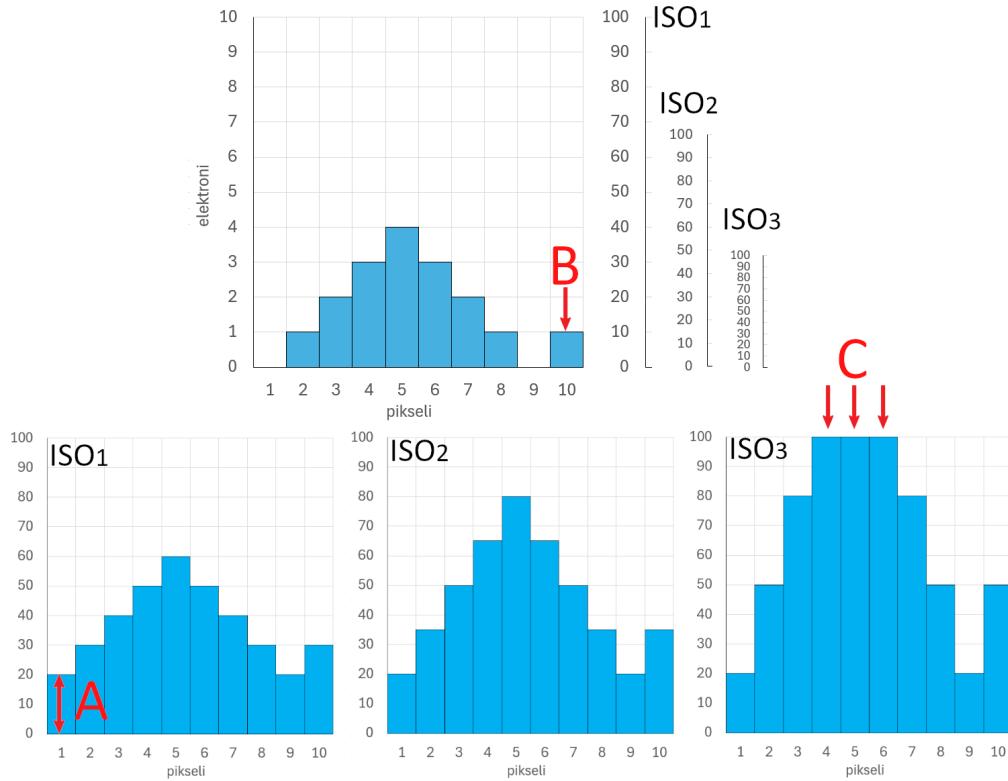


Slika 4.4: Usporedba fokusirane (lijevo) i defokusirane (desno) sjajne zvijezde. Gornji grafovi pokazuju vrijednosti piksela uzduž linije označene na slikama ispod grafova. Zvijezda na fokusiranoj slici je saturirala, tj. na najsjajnije piksele je palo više svjetla nego što pikseli mogu prikazati. Ali kada se slika defokusira, svjetlo se razbaca na više susjednih piksela i zvijezda više nije saturirana.

Izlaz iz te situacije je lagani defokus objektiva ili teleskopa (tj. fokusera na teleskopu). Prednost defokusiranja je da se svjetlo zvijezde razbije na više piksela pa nije koncentrirano na mali broj piksela (vidi sliku 4.4). Time se izbjegne velik broj elektrona u pojedinom pikselu i zvijezda ne saturira. Uz to, ako koristite fotoaparat, proces pretvaranja slike u RGB kanale (demozaik, vidi poglavlje 2.4.1) je točniji ako zvijezda pokriva veći broj piksela. Preporučljivo je da zvijezdu "razmažete" na promjer od 8-10 piksela.

Na žalost, defokusiranje vodi i svom problemu, a to je nestanak manje sjajnih zvijezda kojima se defokusirano svjetlo stopi sa sjajem neba. To nas prisiljava onda na duže ekspozicije (ako imate praćenje) ili veći ISO (ako imate fotoaparat). Zašto se ISO (tj. gain ako imate astromameru) pojavljuje kao bitan faktor kod fotoaparata ilustrirano je na slici 4.5. ISO ili gain u biti samo promijeni skalu kojom broj elektrona u pikselima pretvaramo u vrijednost piksela na digitalnoj slici. Pritom morate znati i da kamere dodaju i neku konstantnu vrijednost svim pikselima, koju nazivamo offset. Razlog je u tome što nisu svi pikseli jednakom osjetljivosti i dodavanjem offset-a se osiguravamo da su u svim pikselima pozitivne vrijednosti.

No, bez obzira na sve ove fineze, prvi koraci u učenju fotometrije mogu se raditi običnim fotoaparatom bez praćenja i s jednostavnim postavkama. Treba krenuti kroz jednostavne primjere i tako usvojiti važne osnovne tehnike fotometrije. U tome će vam pomoći vježbe u poglavlju 5, a među njima je i vježba iz poglavlja 5.4 koja daje praktičan primjer utjecaja defokusiranja na fotometriju.



Slika 4.5: Pojednostavljeni opis funkciranja ISO skale i offset-a (ako imate fotoaparat, tj. gain-a i offset-a (ako imate astrokameru)). Senzor kamere pretvara svjetlo u elektrone zarobljene unutar piksela. Gornji graf pokazuje primjer 10 piksela koji su skupili svjetlo zvijezde, ali i jedan elektron šuma koji nema veze sa zvijezdom (označeno s B). Elektronika kamere pretvara te elektrone u neku brojčanu vrijednost u digitalnoj slici, a ISO (ili gain) nam služi da podesimo skalu kojom će se napraviti pretvorba. To ne znači da je senzor osjetljiviji s većim ISO, nego da samo se drugačije brojčano prikazuju iznosi prikupljenih elektrona. Tri skale, za tri ISO (tj. gain) vrijednosti ($\text{ISO}_1 < \text{ISO}_2 < \text{ISO}_3$) prikazane su uz gornji graf. Donja tri grafa prikazuju vrijednosti piksela na slici. Offset je vrijednost dodana u svaki piksel, pa vrijednost pozadine bez elektrona nije nula (označeno s A). Problemi nastaju kod veće ISO vrijednosti kada se ne mogu prikazati najsjajniji pikseli jer digitalna slika ima neku svoju maksimalnu vrijednost. Takvi pikseli su u saturaciji (označeno sa C) i iz njih ne možemo odrediti koliko je točno palo svjetla u piksele. Primijetite kako s većim ISO (tj. gain) raste i vrijednost šuma na slici u odnosu na pozadinu.

4.3 Naprednija fotometrija: korekcija nepravilnosti na slici

Znanstvena astronomija je nemoguća ako se dobro ne poznaje ponašanje opreme i senzora kojima se prikupljaju podaci. Stoga je vrlo korisno nakon jednostavnih prvih koraka u fotometriji krenuti u smjeru prikupljanja kvalitetnijih podataka opremom koju imate. Osnovni korak u takvoj naprednijoj fotometriji je postupak korigiranja slika ne bi li se reducirao šum i ispravile nepravilnosti na slici. Nemojte se iznenaditi ako ćete daleko više vremena provesti u prikupljanju korektivnih slika nego li u promatranju vašeg astronomskog cilja na nebnu.

U tu svrhu koristiti ćemo program IRIS koji ima ugrađene procedure za takve korekcije. U svakom koraku trebati će napraviti serijal korektivnih slika. Za početak napraviti ćete ih samo jednom i koristiti ih i ubuduće. Naprednija fotometrija pak traži da se barem neke od tih korektivnih slika rade iznova kada i sama opažačka slika neba.

U ovim uputama slijedimo zapravo priručnik od AAVSO-a [4], koji se temelji na uputama za procesiranje astronomskih slika u IRIS-u [2, 3].

4.3.1 Instalacija i podešavanje programa IRIS

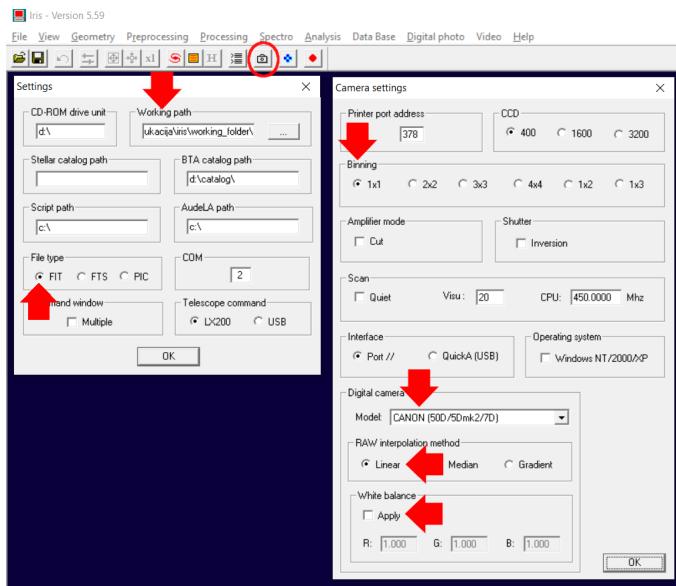
Kako bi koristili IRIS, potrebno ga je instalirati s ove adrese: <http://www.astrosurf.com/buil/iris-software.html> (mi smo ovdje koristili verziju 5.59). **Ako koristite fotoaparat, primijetite uputu da treba skinuti i datoteku libdcraw.zip koja je potrebna za prepoznavanje različitih formata slika.** Zatim podesite slijedeće:

- IRIS sve svoje operacije izvodi na slikama u unaprijed definiranom folderu. Stoga si otvorite jedan radni folder u koji ćete prebaciti slike koje ćete obrađivati. Zatim pokrenite IRIS i odaberite *File→Settings*. Otvoriti će se prozor za podešavanje parametara vaše kamere. Prvo odaberite model kamere (moguće da vaša nije na popisu pa treba odabrati neku najsličniju). Recimo, za naš Canon EOS 60D odabrali smo opciju u kojoj je 50D). Taj korak je važan jer se time definira i

4.3.2 Konverzija sirovog formata u FITS pomoću aplikacije IRIS

Ako koristite fotoaparat onda je potrebno IRIS podesiti da zna kako konvertirati vaše sirove slike u FITS format. Slijedite ove korake:

- Prebacite sirovu sliku koju je potrebno konvertirati u FITS u radni folder kako je opisano u prethodnom poglavlju 4.3.1.
- Zatim kliknite na ikonu koja je zaokružena na slici 4.6. Tako se otvara prozor za podešavanje parametara vaše kamere. Prvo odaberite model kamere (moguće da vaša nije na popisu pa treba odabrati neku najsličniju). Recimo, za naš Canon EOS 60D odabrali smo opciju u kojoj je 50D). Taj korak je važan jer se time definira i



Slika 4.6: Podešavanje parametara programa IRIS potrebnih za konverziju fotografskih slika u FITS format. Lijevi prozor (Settings) otvara se pomoću *File→Settings*. Desni prozor (Camera settings) otvara se klikanjem ikone koja je zaokružena na slici.

izgled Bayerove matrice. Zatim još podešite *Binning* na 1×1 , *interpolation method* na *linear*, i provjerite da je isključen *white balance*. Sve je to označeno na slici 4.6. Kad ste završili kliknite OK.

- Sada pomoću *File→Load* otvorite vašu fotografiju (u našem slučaju to je Canonov .CR2 format slike).
- Zatim spremite sliku u FITS formatu pomoću *File→Save*, gdje pod *Save as type* odaberite *FITS Files*.

Ovdje opisanom konverzijom koristite demozaik (debayer) metodu koju ste odabrali pod *interpolation method*.

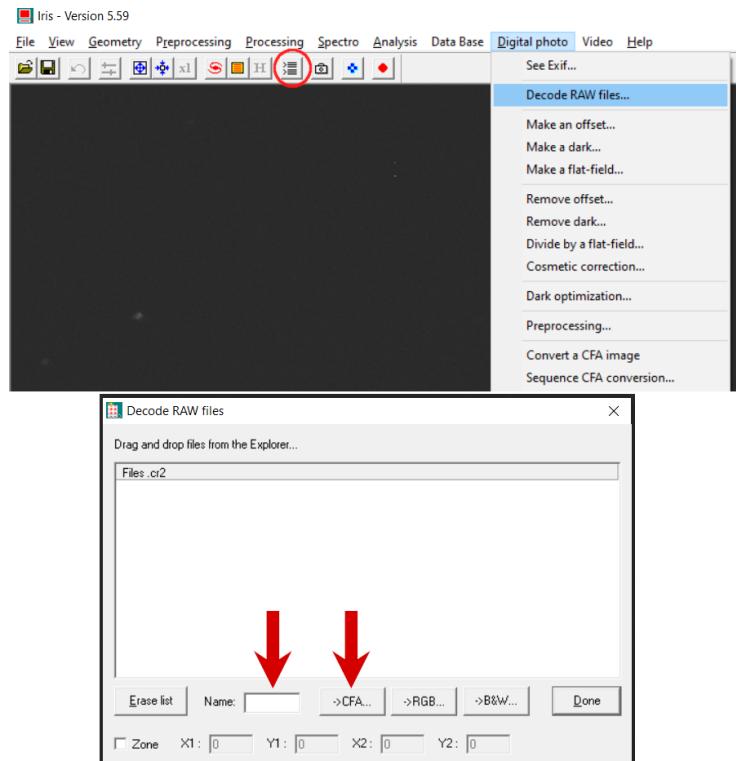
4.3.3 Priprema sirovih slika za daljnju obradu

Ukoliko imate astrokameru kojom ste automatski prilikom snimanja dobili FITS slike:

- Prebacite FITS sliku u radni folder od IRIS-a i, ako već nije, promjenite ekstenziju iz *.fits* u *.fit*. Zatim dodajte broj 1 na kraj imena. Ukoliko imate više slika koje želite istovremeno obraditi, stavite im redne brojeve na kraj imena. Na primjer *slika-1.fit*, *slika-2.fit*, itd.

Ukoliko imate fotoaparat onda vaše sirove slike (npr., .CR2 za Canon, .NEF za Nikon) treba prvo dekodirati iz sirovog RGB formata u FITS format. Stoga pratite ove korake:

- Ako već niste, podešite parametre vaše kamere kroz prozor za podešavanje kako je



Slika 4.7: Opcija dekodiranja sirovih RGB slika dobivenih fotoaparatom u FITS slike koje će proći korekcijsko procesiranje. Crvenim krugom označena je ikonica koja otvara prozor za tekstualni unos naredbi u IRIS (sve operacije koje izvodi IRIS mogu se napisati i u obliku programske skripte)

opisano u prethodnom poglavlju 4.3.2.

- Odaberite u IRIS-u opciju *Digital photo→Decode RAW files* (vidi sliku 4.7). Vjerojatno će vam IRIS nestati s ekrana u tom trenutku jer se automatski smanji, pa ga samo vratite natrag na ekran. Pojaviti će se prozor naziva *Decode RAW files* za dekodiranje slika u FITS.
- Selektirajte mišem svoje sirove slike i povucite ih u prozor za dekodiranje.
- U polje *Name* upišite kako će vam se zvati dekodirana slika (recimo "slika-"). Ako konvertirate više slika, nazivu će biti pridodani redni brojevi (npr., *slika-1.fit*, *slika-2.fit*, itd.).
- Kliknite na "*->CFA*" i pričekajte da završi dekodiranje. Kada je gotovo, kliknite na *Done*.

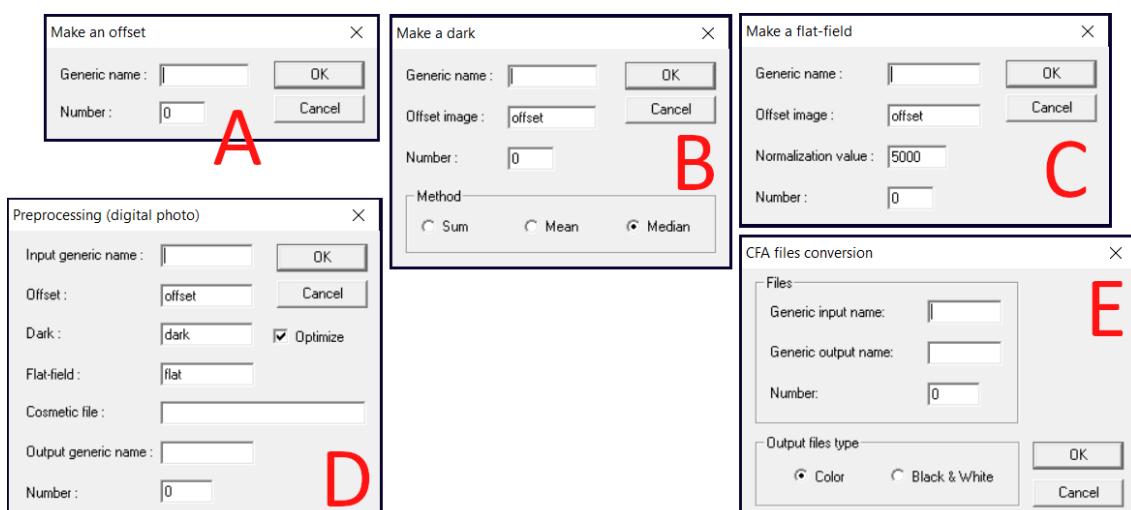
Na kraju ovog prvog koraka u radnom folderu IRIS-a biti će *.fit* slike spremne za daljnju obradu.

4.3.4 Korekcija na offset (bias frame)

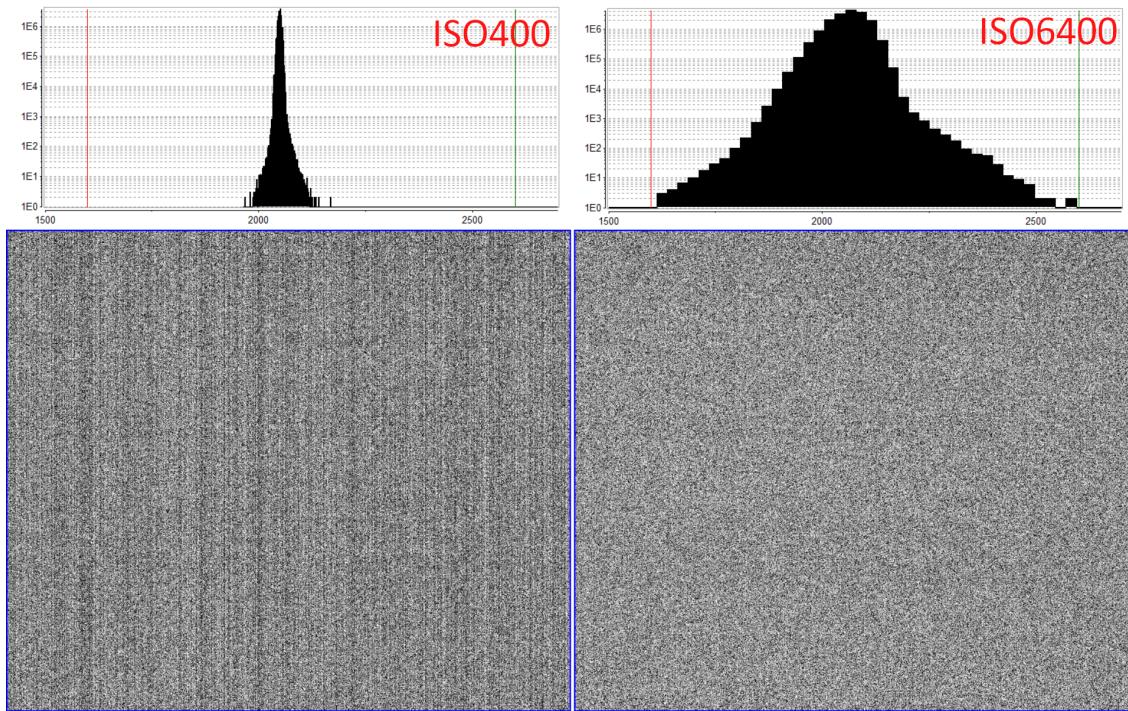
Na slici 4.5 opisali smo osnovni koncept kako offset (ponekad se naziva *bias*) i ISO na fotoaparatu (tj. gain na astrokameri) utječe na sliku. U praksi smo suočeni s problemom da se pikseli na senzoru međusobno malo razlikuju u osjetljivosti na offset. Uz to, proces očitanja vrijednosti piksela može unijeti dodatni mali, ali mjerljiv šum. Sliku koja izmjeri offset (bias) i takav šum po pikselima zovemo *bias frame* i nije teško je napraviti.

Ideja iza korektivnog bias frame-a je da se napravi slika u totalnom mraku s eksponzijom od nula sekundi. To bi značilo da su jedino offset i šum elektronike vidljivi na slici. U praksi slijedite ove korake:

- Za svaku kombinaciju offset-a i ISO (gain) treba napraviti zasebni bias frame (ako imate fotoaparat onda vam je offset fiksiran i trebate samo mijenjati ISO) sukladno ovim uputama.



Slika 4.8: Prozori u IRIS koji se otvore prilikom raznih koraka obrade slika: A = priprema bias frame-a, B = priprema dark frame-a, C = priprema flat field-a, D = primjena korekcijskih slika, E = završna konverzija natrag u RGB sliku ako radimo s fotoaparatom.



Slika 4.9: Primjer bias frame-ova za dvije različite ISO vrijednosti (ili dvije gain vrijednosti kod astro kamere). Histogrami pokazuju raspodjelu vrijednosti piksela gdje se jasno vidi kako veći ISO jako poveća prikaz razlika između piksela.

- Pokrijte, tj. zatvorite, otvor objektiva ili teleskopa i napravite sliku od nula sekundi ekspozicije (ili s najkraćom dostupnom). Napravite barem desetak takvih slika (ili još više - veći broj slika rezultirati će kvalitetnijim bias frame-om)
- Sukladno uputama u poglavljiju 4.3.3 pripremite te slike za idući korak, tako da slike budu u *.fit* formatu i s rednim brojevima (npr. *slika-1.fit*, *slika-2.fit*, itd.).
- Kliknite na *Digital photo*→*Make an offset* i otvoriti će vam se mali prozorčić kako je prikazano na slici 4.8.
- Pod *Generic name* unesite naziv vaših pripremljenih offset slika iz prethodnog koraka (npr. "slika-"). Pod *Number* upišite koliko ih ima. Kliknite OK.
- Kada procesiranje završi, bias frame će vam se prikazati na ekranu. Sada kliknite na *File*→*Save* i snimite bias frame (recimo s imenom "*master-bias.fit*") u radni IRIS folder.

Na slici 4.9 prikaz je dva bias frame-a koji se razlikuju po ISO (tj. gain) vrijednosti. Jasno se vidi kao veći ISO povećava širinu distribucije vrijednosti piksela oko offset vrijednosti. Takvi bias frame-ovi se mogu koristiti duže vremena, iako u stvarnosti iz noći u noć dolazi do sitnih promjena u svojstvima piksela. Stoga barem svakih nekoliko mjeseci napravite novi bias frame.

4.3.5 Korekcija na termalni šum (Dark frame)

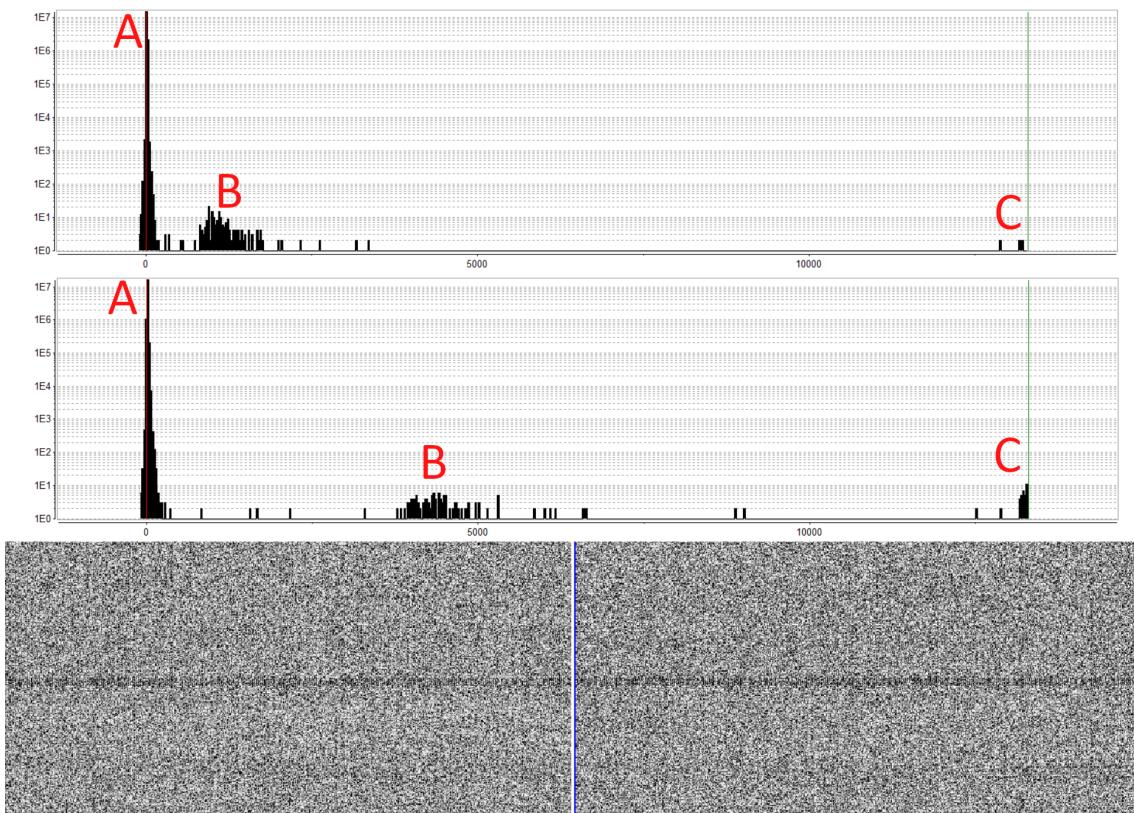
Elektroni se u pikselima senzora kamere mogu pojaviti spontano, bez izloženosti svjetlu. Takvi elektroni stvaraju lažni signal kojeg nazivamo termalnim šumom jer taj efekt slučajnih elektrona raste s temperaturom. Stoga astro kamere imaju hlađenje, ne bi li se

šum smanjio. Termalni šum raste i s dužinom ekspozicije jer što duže čekamo to je veća vjerojatnost da će se pojaviti slučajni elektron.

Pojava termalnih elektrona slučajan događaj, pa stoga ne možemo precizno takav šum maknuti, ali mu možemo predvidljivo smanjiti utjecaj na naša mjerena. Naime, taj šum je podložan predvidljivoj statistici za pojedini piksel ako je broj termalnih elektrona velik. Dark frame služi tome da izmjeri kolika je vjerojatnost da se takav šum pojavio na pikselima kamere.

Budući da je ta statistika osjetljiva na temperaturu, koja pak jako ovisi o okolišnim uvjetima (grijanje okolnim zrakom i zagrijanom elektronikom unutar kamere), dark frame bi se u pravilu trebao raditi svaki puta iznova kada i snimanje neba. Međutim, možemo si malo olakšati posao ako dark frame zanemarimo u slučaju kratkih ekspozicija. Ili ako koristimo unaprijed pripremljeni dark frame za neku kombinaciju offseta, gain-a (ISO-a), i temperature senzora (ove parametre kontroliramo kod astro kamera, dok kod fotoaparata nemamo kontrolu temperature pa je teže)

IRIS program u postupku korekcija slika uvijek traži i dark frame, pa ako ga želimo zanemariti onda moramo napraviti "lažni" dark frame u kojem neće biti ničeg, samo nule. Postupak je slijedeći:



Slika 4.10: Primjer dark frame-ova napravljenih fotoaparatom u frižideru (temperatura blizu 0°C) i na sobnoj temperaturi (oko 25°C). Ekspozicija je 30 sekundi, a ISO400. Na samim slikama okom ne vidimo razliku, ali kada se naprave histogrami vrijednosti piksela vidi se razlika između hladnog (gornji grafikon) i toplog (donji grafikon). Slovom A označena su mala odstupanja od nule zbog slučajnih razlika u pikselima koje bias frame nije eliminirao. B označava termalni šum kojeg ciljamo s dark frame-ovima. C su "vrući" (problematični) pikseli koji su blizu maksimalne vrijednosti.

- Otvori neki bias frame u IRIS-u (*File→Open*). Ta slika nam samo služi da lažni dark frame ima isti format kao i naše slike.
- Otvorite prozor za pisanje tekstualnih naredbi (vidi na slici 4.7 crvenim krugom označeno gdje kliknuti).
- Upišite naredbu:
 $FILL 0$
 Time smo čitavu sliku napunili nulama.
- Sada kliknite na *File→Save* i snimite lažni dark frame (recimo s imenom "*master-dark-lazni.fit*") u radni IRIS folder.

Taj lažni dark frame možete iskoristiti kada god želite izbjegnuti korekciju na dark frame. Pravi dark frame izrađuje se od tamnih slika na slijedeći način:

- Prilikom snimanja neba napravite barem deset tamnih slika (po mogućnosti barem pet prije i barem pet nakon snimki neba) na način da ne mijenjate postavke kamere (dakle, isti offset, ISO/gain, ekspozicija, temperatura) ali pokrijete, tj. zatvorite, otvor objektiva ili teleskopa da ne ulazi svjetlo.
- Sukladno uputama u poglavlju 4.3.3 pripremite te tamne slike za idući korak, tako da slike budu u *.fit* formatu i s rednim brojevima (npr. *slika-1.fit*, *slika-2.fit*, itd.).
- Kliknite na *Digital photo→Make a dark* i otvoriti će vam se mali prozorčić kako je prikazano na slici 4.8.
- Pod *Generic name* unesite naziv vaših pripremljenih tamnih slika iz prethodnog koraka (npr. "*slika-*"). Pod *Number* upišite koliko ih ima. Pod *Offset image* unesite naziv bias frame-a kojeg ste pripremili za isti ovakav offset i gain (kod astro kamere) ili ovakav ISO (kod fotoaparata). Pod *Method* odaberite *median*. Kliknite OK.
- Kada procesiranje završi, dark frame će vam se prikazati na ekranu. Sada kliknite na *File→Save* i snimite dark frame (recimo s imenom "*master-dark.fit*") u radni IRIS folder.

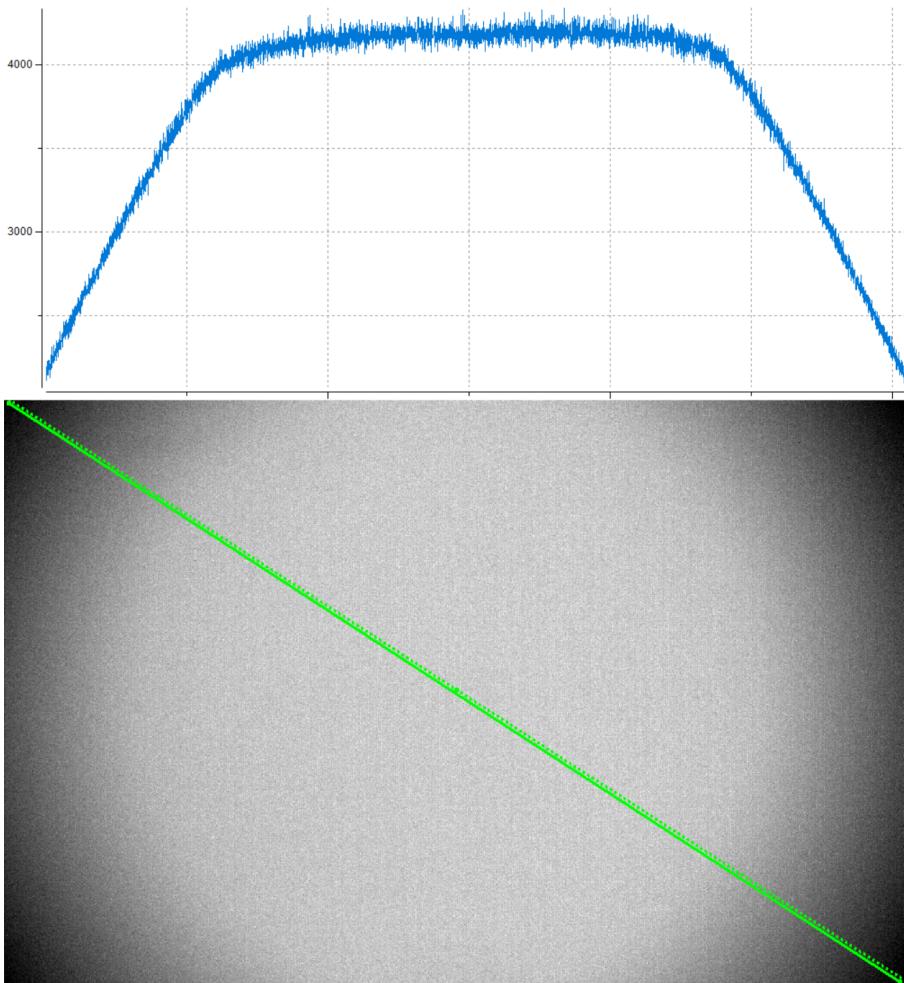
Na slici 4.10 možete vidjeti primjer kako se razlikuje dark frame ohlađenog i toplog fotoaparata. S povećanjem temperature podižu se i vrijednosti termalnih piksela. Ali kao što smo spomenuli, ako su ekspozicije kratke (nekoliko sekundi), termalnog šuma neće biti puno pa se može koristiti lažni dark frame.

4.3.6 Korekcija na nejednolikosti po površini slike (Flat field)

Ovo je vjerojatno najvažnija korekcija, a bavi se otklanjanjem nepravilnosti u prikupljanju svjetla po površini senzora. Kada snimamo nebo očekujemo da je nebitno na koji dio površine senzora pada svjetlo jer su svi pikseli ravnopravni. Ali u praksi to nije tako, iz više razloga: pikseli su različite osjetljivosti, prašina na senzoru deformira sliku, vinjeting (tamniji rubovi slike) zbog optičkih svojstava objektiva ili teleskopske optike, itd.

Korekcija na te nepravilnosti ima jednostavnu logiku: ako napravimo sliku koja ima sve piksele jednakou osvjetljene, tada bi razlike u njihovim vrijednostima trebale odražavati takve nepravilnosti. Tu sliku zovemo flat field. Nakon toga trebamo podijeliti (skalirati) naše slike s flat field slikom i time ćemo sve piksele dovesti na istu skalu osjetljivosti.

Na žalost, postići jednoliko osvjetljenje čitavog senzora nije jednostavno. Štoviše, napraviti flat field koji će ujedno imati i jednolikost po čitavom spektru boja je nemoguće



Slika 4.11: Primjer flat field slike. Grafikon prikazuje vrijednosti uzduž linije označene na slici.

postići. U praksi najjednostavnije približno rješenje je slikanje svijetlog neba. Odaberite trenutak kada je Sunce taman zašlo ali nebo je još uvijek vrlo sjajno i bez zvijezda. Stavite kratku ekspoziciju, osjetno manje od sekunde (ali dovoljno dugačku da su vrijednosti piksela velike, a da ne saturiraju) i nizak ISO (gain), te napravite barem desetak snimaka u zenit. Ako imate fotoaparat, možete se i vrtiti tako da orijentacija slike u zenitu nije uvijek ista. Zatim slijedite ove korake:

- Sukladno uputama u poglavljju 4.3.3 pripremite slike svijetlog neba za idući korak, tako da slike budu u *.fit* formatu i s rednim brojevima (npr. *slika-1.fit*, *slika-2.fit*, itd.).
- Kliknite na *Digital photo*→*Make a flat-field* i otvoriti će vam se mali prozorčić kako je prikazano na slici 4.8.
- Pod *Generic name* unesite naziv vaših pripremljenih slika svijetlog neba iz prethodnog koraka (npr. "*slika-*"). Pod *Number* upišite koliko ih ima. Pod *Offset image* unesite naziv bias frame-a kojeg ste pripremili za isti ovakav offset i gain (kod astro kamere) ili ovakav ISO (kod fotoaparata). *Normalization value* je vrijednost koju će flat field pikseli imati u prosjeku. Unesite neku vrijednost od nekoliko tisuća (npr. 5000). Kliknite OK.
- (Napomena: Primijetite da ne koristimo korekciju na dark frame jer je ekspozicija

vrlo kratka. Ako radite flat field s dužim ekspozicijama, morate napraviti i dark frame korekciju)

- Kada procesiranje završi, otvorite prozor za pisanje tekstualnih naredbi (vidi na slici 4.7 crvenim krugom označeno gdje kliknuti). Upišite naredbu:

GREY_FLAT

To osigurava da je flat field iste skale po sva tri RGB kanala.

- Konačna flat field slika prikazana je na ekranu. Sada kliknite na *File→Save* i snimite flat field (recimo s imenom "*master-flat.fit*") u radni IRIS folder.

Slika 4.11 prikazuje jedan primjer flat field slike gdje je vrlo izražen efekt vinjetinga.

4.3.7 Korigiranje "vrućih" piksela

Neki pikseli su defektni, što znači da ne reagiraju ispravno na svjetlosni podražaj. Zovemo ih vrući pikseli jer pokazuju velike vrijednosti čak i na dark frame kada nema svjetla. Za očekivati je da će vremenom broj takvih piksela rasti kako sve više koristimo kameru. Isto tako, ako podignemo ISO (gain) možemo očekivati da im se broj poveća. IRIS može napraviti korekciju na način da promjeni vrijednost takvih piksela koristeći susjedne piksele. Ali zato treba prvo napraviti popis "vrućih" piksela.

Ovu korekciju za početak možete preskočiti, ali kada se uigrate u izradi dark frame-ova možete si pripremiti i nju. Koraci su slijedeći:

- Otvorite u DS9 dark frame koji ste napravili za potrebe korekcije vaših slika. Kliknite *Scale→min max*, a zatim na *Scale→Scale parameters*. Otvoriti će vam se histogram poput onih prikazanih na slici 4.10.
- Obratite pažnju na vruće piksele označene na slici 4.10. Oni će biti blizu maksimuma. Na x-osi histograma su vrijednosti piksela. Odaberite neku vrijednost koja je manja od vrućih piksela, a veća od termalnog šuma. Vrući pikseli biti će svi iznad te vrijednosti.
- Pokrenite IRIS i učitajte pomoću (*File→Open*) taj dark frame.
- Otvorite prozor za pisanje tekstualnih naredbi (vidi na slici 4.7 crvenim krugom označeno gdje kliknuti).
- Upišite naredbu:

FIND_HOT vrucipikseli Nhot

gdje je *Nhot* broj koji smo odabrali u prošlom koraku, a *vrucipikseli* je naziv datoteke u koju će biti zapisane koordinate svih piksela sjajnijih od *Nhot*. Nalaziti će su u IRIS-om radnom folderu i možete je otvoriti kao običan tekst.

Ovaj popis vrućih piksela koristiti ćemo kod korekcije astronomске slike neba.

4.3.8 Korekcija astronomске slike za potrebe fotometrije

Konačno smo spremni napraviti korekcije astronomске slike neba kako bi poboljšali preciznost fotometrije. Pratite slijedeće korake:

- Sukladno uputama u poglavljiju 4.3.3 pripremite svoje astronomске slike za idući

korak tako da slike budu u *.fit* formatu i s rednim brojevima (npr. *slika-1.fit*, *slika-2.fit*, itd.).

- Kliknite na *Digital photo→Preprocessing* i otvoriti će vam se mali prozorčić kako je prikazano na slici 4.8.
- Sada je potrebno ispuniti sadržaj kućica:
 - Pod *Input generic name* unesite naziv vaših pripremljenih astronomskih slika iz prethodnog koraka (npr. "slika-").
 - Pod *Number* upišite koliko slika imate.
 - Pod *Output generic name* unesite naziv korigiranih slika koje će se kreirati (npr. "slika-korigirana-").
 - Pod *Offset* unesite naziv bias frame-a kojeg ste pripremili.
 - Pod *Dark* unesite naziv dark frame-a kojeg ste pripremili.
 - Pod *Flat-field* unesite naziv flat field slike koju ste pripremili.
 - Ako imate i popis vrućih piksela, unesite naziv datoteke u *Cosmetic file* (ostavite prazno ako nemate).
 - Kućica *Optimize* mora biti isključena (prazna).

Pazite da koristite korekcijske slike koje po vrijednostima za offset, ISO (gain), i ekspoziciju odgovaraju vašim astronomskim slikama.

Ako imate astro kameru postupak je gotov i za fotometriju koristite slike pod nazivom kojeg ste naveli u *Output generic name*. Ako su vam slike napravljene fotoaparatom, onda ih treba pretvoriti natrag u RGB slike na slijedeći način:

- Kliknite na *Digital photo→Sequence CFA conversion* i otvoriti će vam se mali prozorčić kako je prikazano na slici 4.8.
- Pod *Generic input name* unesite naziv korigiranih slika iz prethodnog koraka (npr. "slika-korigirana-"). Pod *Number* upišite koliko slika imate. Pod *Generic output name* unesite naziv koji će imati korigirane slike konvertirane u RGB format (npr. "slika-korigirana-rgb-"). Pod *Output type* odaberite *Color*. Kliknite OK.

Konačne korigirane slike zapisane u RGB FITS formatu pod nazivom kojeg ste naveli u *Output generic name* pronaći ćete u IRIS-ovom radnom folderu. Na njima radite fotometrijska mjerenja.

4.4 Izračun procjene fotometrijske pogreške

U poglavlju 2.6.5 opisali smo formule za procjenu fotometrijske pogreške. Ovdje ćemo sada opisati kako odrediti vrijednosti koje ulaze u te formule. Predstavili smo dva pristupa: jednostavna procjena kod koje se ne ulazi u detalje izvora fotometrijskog šuma, te naprednija procjena gdje se šum pozadine rastavlja na nekoliko različitih komponenti.

4.4.1 Jednostavna procjenja pogreške

Jednadžba 2.25 opisuje najjednostavniju procjenu fotometrijske pogreške. Potrebno je znati sjaj zvijezde (kojeg dobijemo fotometrijom), broj piksela korištenih za izračun sjaja zvijezde, broj piksela korištenih za izračun sjaja pozadine, i varijancu (ΔF_0)².

Postupak za određivanje tih vrijednosti već je opisan u poglavlju 4.1.1 gdje dajemo upute za jednostavnu fotometriju u programu SAOImageDS9. Ovdje kopiramo dio tih uputa (koraci 11-15 u poglavlju 4.1.1), s naglaskom na vrijednosti koje su nam potrebne iz piksela pozadine. Ovim koracima prethodi mjerjenje sjaja zvijezde i medijana pozadine:

- Odaberite: *Region*→*Shape*→*Annulus*. Zatim kliknite na sliku i razvucite prsten koji se pojavi. Pomaknite te ga na poziciju sa središtem na zvijezdi, te mu podesite debljinu i veličinu da prsten bude izvan područja zvijezde i da nema drugih zvijezda unutra prstena (vidi sliku 4.2). Ako nije moguće izbjegnuti susjedne zvijezde, postavite prsten negdje sa strane, što bliže, ali da izbjegnete zvijezde.
- Kliknite dva puta na prsten ili odaberite *Region*→*Get_Information*. Pojavit će se prozorčić u kojem pišu koordinate centra prstena i njegovi radijusi.
- Na tom prozorčiću odaberite: *Analysis*→*Statistics*. Sada se otvara novi prozorčić u kojem je ispisana statistika piksela unutar prstena. Za potrebe izračuna pogreške trebati će nam broj piksela i vrijednost *var*.
- Pripadnu pogrešku računajte pomoću jednadžbe 2.25, gdje je $(\Delta F_0)^2 = var$.

4.4.2 Naprednija procjenja pogreške

Jednadžba 2.27 za napredniji izračun fotometrijske pogreške podrazumijeva da ste napravili niz korekcija slike (tzv. preprocesing opisan u poglavlju 4.3.8). Time bi pikseli nebeske pozadine trebali imati pogrešku stvorenu isključivo sjajem neba (F_{sky}), slučajnim pobuđenjima piksela zbog topline senzora (F_{dark}), i šumom elektronike prilikom očitanja vrijednosti piksela sa senzora ($(\Delta F_R)^2$).

Te vrijednosti izmjerite na slijedeći način:

- F_{sky} se jednostavno izmjeri direktno na slici kao medijan vrijednosti piksela pozadine, ista ona vrijednost koju mjerite kada ju trebate oduzeti sjaju piksela zvijezde.
- F_{dark} je medijan svih piksela na *Dark frame*. Ako nema bitnog termalnog šuma, taj medijan će biti nula. U programu SAOImageDS9 postupak je:
 - Učitajte *Dark frame* koji trebate mjeriti.
 - Kliknite: *Edit*→*Region*.
 - U meniju selektirajte: *Region*→*Shape*→*Box*. Zatim mišem razvucite veliki pravokutnik preko čitave slike.
 - Kliknite dva puta na pravokutnik, ili odaberite *Region*→*Get_Information*. Pojavit će se prozorčić u kojem pišu koordinate centra pravokutnika i njegove stranice.
 - Na tom prozorčiću odaberite: *Analysis*→*Statistics*. Sada se otvara novi prozorčić u kojem je ispisana statistika piksela. Zapišite vrijednost *median*.

Ako pak koristite IRIS:

- Učitajte *Dark frame* koji trebate mjeriti.
- Otvorite prozor za pisanje tekstualnih naredbi (vidi na slici 4.7 crvenim krugom označeno gdje kliknuti). Upišite naredbu: *STAT*
- Pojavit će se prozorčić sa statističkim podacima o slici. Nama treba vrijednost *Median*.
- $(\Delta F_R)^2$ je malo komplikiranije odrediti, pa ćemo ovdje opisati jednu laganiju metodu za približno određivanje te vrijednosti. Temelji se na pretpostavci da varijacije u

vrijednostima piksela na offset (bias) slikama dolaze zbog šuma kojeg stvara elektronika prilikom čitanja slike. Stoga nam je cilj izmjeriti koliko jaki šum stvaraju te varijacije. Postupak se svodi na to da oduzmemmo dvije offset slike i izračunamo standardnu devijaciju σ šuma na tako dobivenoj slici. U tu svrhu možemo koristiti IRIS na slijedeći način:

- Kopirajte dvije offset slike u IRIS-ov radni folder.
- Sukladno uputama u poglavlju [4.3.3](#) pripremite te slike za idući korak, tako da slike budu u *.fit* formatu i s rednim brojevima (npr. *bias-1.fit*, *bias-2.fit*).
- Učitajte prvi bias frame (sliku) u IRIS pomoću (*File→Open*).
- Otvorite prozor za pisanje tekstualnih naredbi (vidi na slici [4.7](#) crvenim krugom označeno gdje kliknuti).
- Sada ćemo od te slike oduzeti drugu bias sliku i dodati recimo vrijednost 5000 tako da smo sigurni da neće biti negativnih vrijednosti piksela. Upišite naredbu:
SUB bias-2 5000
- Tu je *bias-2* naziv druge slike.
- Sada je na ekranu rezultat tog oduzimanja i treba nam standardna devijacija. Dovoljno je sada upisati naredbu:
STAT
i u prozorčiću koji ispisuje rezultate pojaviti će se statistički podaci o slici. Nama treba vrijednost *Sigma*, jer to je σ koju tražimo.
- Vrijednost varijance šuma $(\Delta F_R)^2$ iz jednadžbe [2.27](#) je:

$$(\Delta F_R)^2 = \frac{\sigma^2}{2} \quad (4.2)$$

Bilo bi dobro imati zapravo više od dvije bias slike i onda ovaj postupak ponavljati s različitim parovima slika. Kao konačni rezultat uzmite najveći $(\Delta F_R)^2$ koji dobijete. Ovo je samo približna metoda određivanja $(\Delta F_R)^2$, ali dovoljno dobra za naše početne korake u fotometriju.

POGLAVLJE 5

Primjeri praktičnih projekata

Primjeri projekata koji se mogu raditi koristeći znanja iz ovog priručnika.

Ovisno o razini prakse koju imate s fotometrijom, ovdje su primjeri vježbi koje možete odraditi. Svaka vježba dolazi sa slikama za preuzimanje s web-stranice ovog priručnika:

.....

5.1 Prva vježba koristeći najjednostavniju sliku neba

U ovoj vježbi koristiti ćemo najjednostavniju metodu opsianu u poglavlju 4.1. U tu svrhu napravili smo fotografiju dijela neba gdje se nalazi Andromeda galaksija, bez teleskopa i bez praćenja, koristeći Canon EOS 60D fotoaparat. Ekspozicija je bila 10 sekundi, a ISO čak 4000 i 6400, što je stvorilo dosta jaki pozadinski šum na slici. Može se reći da su to slike niske kvalitete za potrebe fotometrije. Međutim, ova vježba demonstrirati će kao se mogu dobiti zanimljivi rezultati.

Ciljevi ove vježbe su (za početak si možete pojednostaviti tako da probate odraditi samo jedan od ovih ciljeva, a kasnije ih onda objediniti):

1. izmjeriti magnitude zvijezda u G boji (tj. G filteru Bayerove matrice; vidi poglavlje 2.4.1),
2. usporediti mjerjenja dobivena na slikama različite ISO vrijednosti,
3. usporediti izmjerne vrijednosti s V magnitudom iz literature za te iste zvijezde (standardni Johnson V filter, najpopularniji filter koji pokriva zelene nijanse i djelomično žute; vidi poglavlje 2.4.2).

Za treći cilj smo podatke o V magnitudi zvijezda uzimali iz besplatnog programa Stellarium: <https://stellarium.org>. U njemu pronađete isti dio neba kao i vaša slika. Kada ćete raditi fotometriju neke zvijezde, u Stellariumu kliknete na tu istu zvijezdu i ispišu vam se podaci o njoj (magnituda i naziv zvijezde su dva podataka koje zabilježite). Pritom oprez: program DS9, opisan u poglavlju 4.1.1, pomoću kojeg radimo fotometriju, zrcalno izokreće sliku po vertikalnoj osi u odnosu na ono što ćete gledati na ekranu u Stellariumu. A možete po imenu zvijezde potražiti njene podatke i preko Interneta, recimo u SIMBAD bazi podataka: <http://cdsportal.u-strasbg.fr/>. Ako pak se želite detaljnije posvetiti ovakvim usporedbama vaših mjerjenja i vrijednosti magnituda iz literature, u poglavlju 5.3 možete pronaći vježbu kako da te vrijednosti saznati direktno uz pomoć DS9, koji vam uz to prikaže i gdje se koja poznata zvijezda nalazi na vašoj slici.

Redoslijed koraka u ovoj vježbi je slijedeći:

- Prvo skinite sirove fotografije (format .CR2) s naše web stranice: <http://fotometrija.advega.hr/prirucnik/Primjer1-CR2.zip>
Na slici 5.1 možete vidjeti što prikazuje.
- Zatim primjenite upute o konverziji u FITS format iz poglavlja 3.3. Ako vam ne uspije, skinite FITS verziju slike s naše web stranice: <http://fotometrija.advega.hr/prirucnik/Primjer1-fits.zip>
- Onda otvorite FITS sliku u programu DS9, kako je opisano u poglavlju 4.1.1.
- Zadatak je fotometrirati G kanal (odaberite 2 u prozorčiću "Cube" koji vam se otvori).
- Za treći cilj pokrenite program Stellarium. Pronađite galaksiju Andromeda i zoomirajte na nju. Sada trebate prepoznati koje zvijezde se to vide na našoj slici neba. Ovaj korak može biti zahtjevan jer DS9 zrcalno izokrene sliku vertikalno.
- Sada krenite u fotometriju sukladno uputama u poglavlju 4.1.1. Ako želite odraditi i treći cilj vježbe, onda vodite urednu evidenciju (npr. u Excelu) o zvijezdama koje mjerite: ime zvijezde i magnituda iz Stellariuma (ili nekog drugog izvora), vaša mjerena, te vaša mjerena preračunata u magnitude.

Tablica 5.1: Naša fotometrijska mjerena zvijezda na slici 5.2 i grafički prikazana na slici 5.3.

Naziv zvijezde	V mag	Mjerenja G kanala slike				Mjerenja G kanala slike			
		ISO 4000				ISO 6400			
		sum	npix	median	G mag	sum	npix	median	G mag
35 And	4.53	9257826	3712	2080	-15.47	9024621	3276	2074	-15.87
32 And	5.33	6384442	2703	2075	-14.72	7140921	2805	2071	-15.31
V428 And	5.1	4321949	1704	2080	-14.73	7548750	2997	2081	-15.29
HIP3604	6.0	5124489	2256	2080	-14.09	5858660	2465	2080	-14.66
HIP3324	7.3	3652983	1703	2078	-12.64	5342372	2468	2081	-13.29
HIP2336	7.45	5044095	2394	2072	-12.31	5003425	2338	2073	-12.99
HIP1575	6.35	4083658	1857	2072	-13.43	6084490	2740	2070	-14.04
HIP2305	7.95	3590333	1697	2076	-12.07	5811642	2737	2074	-12.83
BD+40 103	8.78	2210925	1052	2078	-10.99	5053186	2405	2077	-11.91
20 Cas	4.95	5994995	2512	2072	-14.74	7591642	3005	2073	-15.34
HIP4411	6.5	5516554	2539	2076	-13.48	10024243	4607	2077	-14.15
HIP2553	6.65	5416438	2496	2075	-13.44	6677475	3006	2076	-14.1
HIP2455	6.75	6025158	2791	2074	-13.44	6643455	3002	2073	-14.06
HIP4205	7.15	5834419	2746	2077	-12.79	6062072	2820	2070	-13.38
41 And	5.0	9510056	4251	2070	-14.63	10733141	4612	2073	-15.17
HIP3779	7.55	4091592	1929	2078	-12.3	5293264	2467	2080	-13.02
HIP2851	7.052	6209551	2935	2072	-12.77	5642910	2654	2077	-12.79
HIP2576	6.883	4809085	2230	2074	-13.16	7096890	3270	2074	-13.75

U početku će vam mjerena ići sporo, ali kada se uigrate postaje bitno lakše. Kao primjer, za ovu vježbu fotometrirali smo 18 zvijezda. Njihov položaj je prikazan na slici 5.2. Brojčane vrijednosti naših mjerena su prikazana u tablici 5.1. Primjetite da se radi o vrlo sjajnim zvijezdama, tako da je fotometrijska pogreška iz poglavlja 2.6.5 malena. No to ne znači da su to strašno precizna mjerena, budući da sigurno dolazi do nepažnji kod određivanja radijusa kruga (aperture) za mjerene sjaja zvijezde, kao i mogućih napažnji u određivanju pozadinskog sjaja i slično. Mjerena bi trebalo ponavljati, i uz to imati više slika neba s identičnim postavkama kamere kako bi uhvatili moguće promjene u uvjetima atmosfere ili netočnostima zbog pokvarenih piksela senzora. Naša procjena je da su takve pogreške na razini ± 0.1 magnitude.

Na slici 5.3 prikazan je grafikon s rezultatima mjerena temeljen na podacima iz tablice (uočite da su osi grafikona orijentirane od većih vrijednosti prema manjim jer su sjajnije zvijezde manje magnitude). Možete učiti kako dobro slaganje s V magnitudom iz literature. Iako je očekivana pogreška mjerena mala, pojedinačna mjerena mogu imati puno veći pogrešku zbog nepažnji u mjerenu ili pokvarnog piksela, što se vidi i na grafikonu kod jednog mjerena.

Budući da nam kamera nije kalibrirana, magnitude će imati neki konstantni pomak,

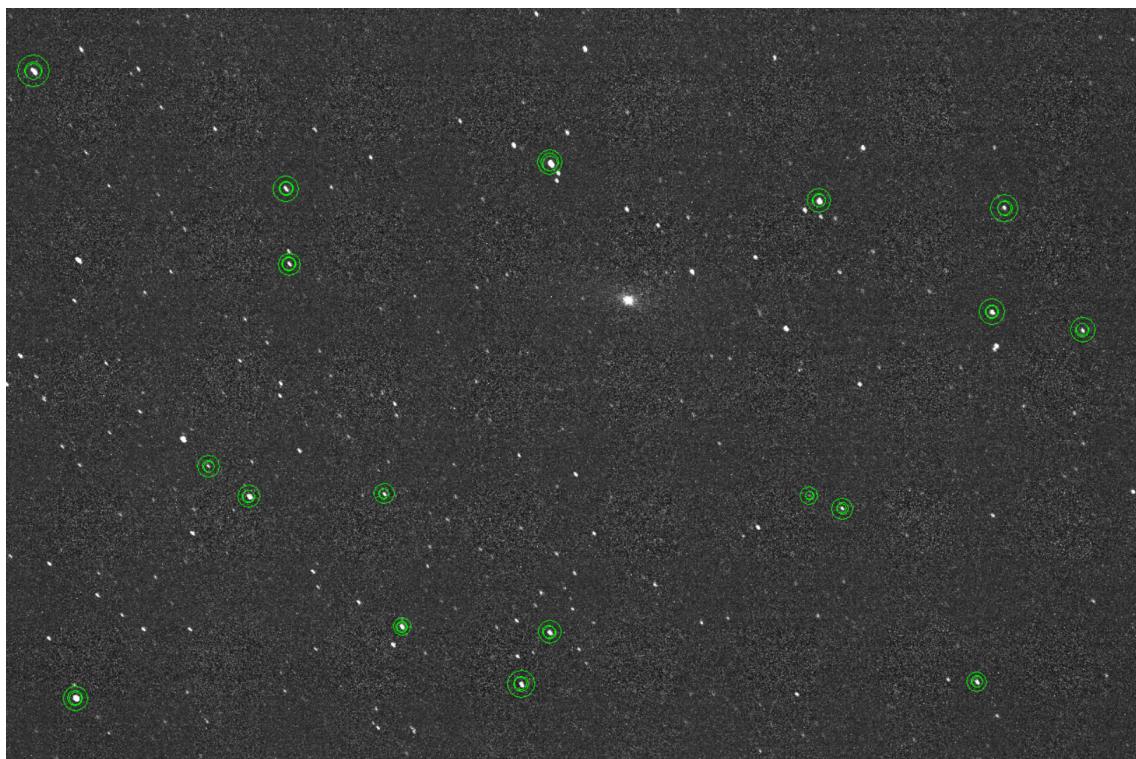


Slika 5.1: Slika neba pomoću fotoaparata bez teleskopa i bez praćenja. Slika ima jaki šum i zvijezde su lagano deformirane zbog vrtnje neba. Svjedeno, na ovoj slici primjenjujemo najjednostavniju fotometriju.

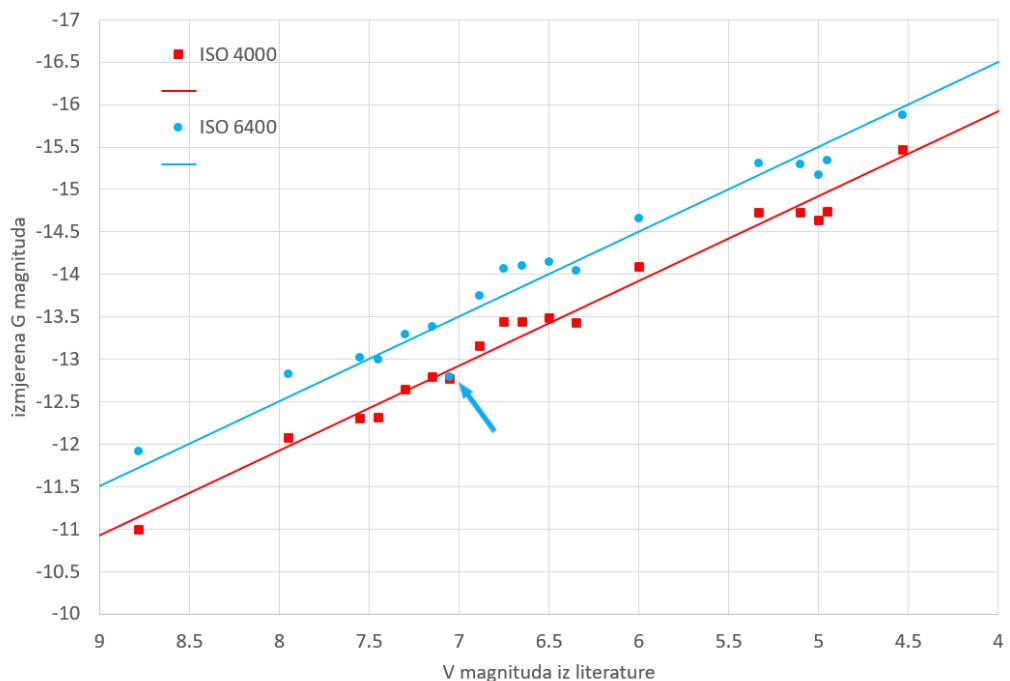
koji je u ovom slučaju $G=V-19.9$ za ISO 4000 sliku i $G=V-20.5$ za ISO 6400 sliku. Najveća odstupanja od tog trenda su manja od 0.3 magnitude. Prevedeno u sjaj zvijezde, mijereći G magnitudu možemo odrediti V magnitudu pomoću našeg fotoaparate s odsutpanjem manjim od $\sim 28\%$. Zapravo, samo dva naša mjerena imaju odstupanje veće od 20% od tog trenda, što je predivan rezultat uvezvi u obzir da G i V filteri nisu identični, i da uz to imamo slike niske kvalitete, a izostala je i dodatna obrada za otklanjanje šuma na slici.

Zanimljivo je uočiti što se dešava s povećanjem ISO vrijednosti. Ovo je tema kojoj ćemo posvetiti posebnu vježbu, a ovo je tek prvi dodir s tim problemom. Naime, s većim ISO povećet ćemo osjetljivost kamere, te time detektirati i slabije vidljive zvijezde. Međutim, time riskiramo i pojačanje šuma što nam može uništiti preciznost fotometrije. Isto tako, veći ISO nam može sjanje zvijezde gurnuti u saturaciju (maksimalnu vrijednost piksela) zbog čega ih se neće moći fotometrirati. A s druge strane, premale ISO vrijednosti onemogućit će senzoru da prikazuje male razlike u sjaju, čime se također gubi preciznost fotometrije.

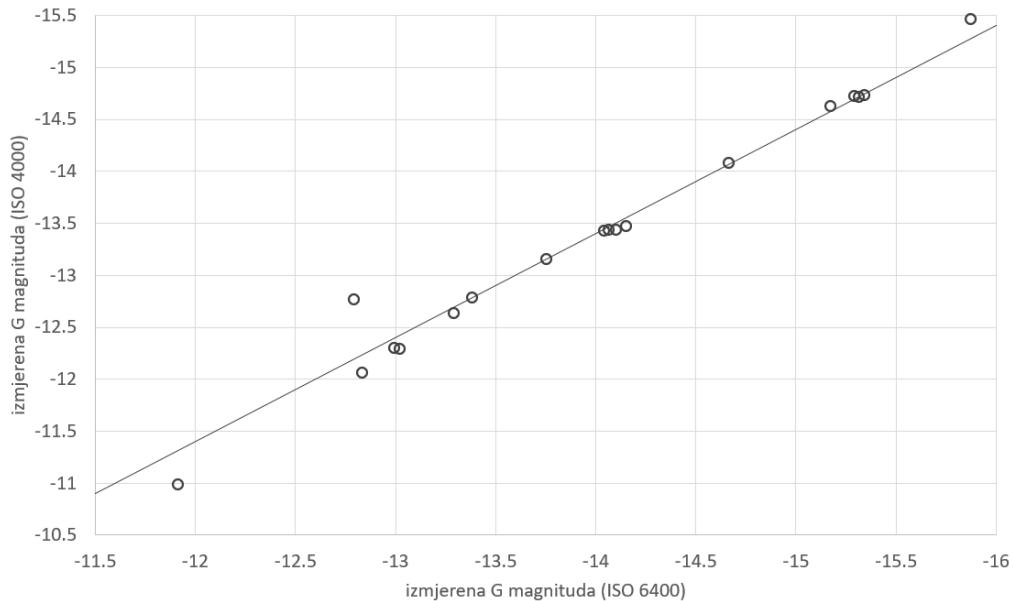
Stoga je podešavanje ISO vrijednosti stvar prakse i testiranja. U ovoj vježbi imamo priliku usporediti dvije ISO vrijednosti. Slika 5.5 prikazuje usporedbu sjaja piksela koji pokrivaju nebo i zvijezde. Zanimljivo je da s povećanjem ISO vrijednosti s 4 000 na 6 400 nije došlo da osjetnog povećanja sjaja neba. To implicira da je glavni izvor sjaja neba zapravo šum u samom senzoru kamere. To je važan i zanimljiv detalj kojeg moramo obratiti u zasebnoj vježbi.



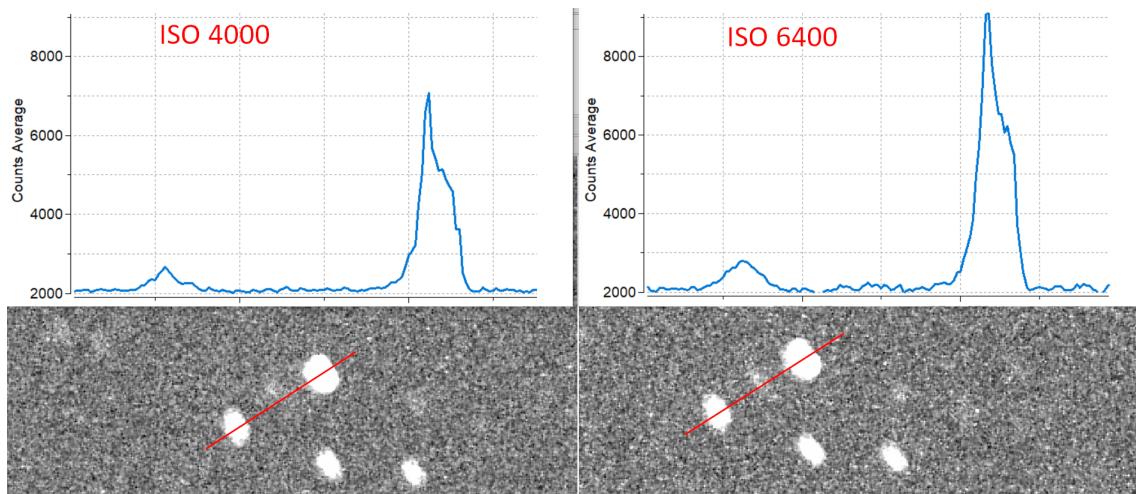
Slika 5.2: Prikaz procesa fotometrije u programu DS9 gdje se vidi koje zvijezde smo uključili u naš primjer mjerjenja. Uočite da je slika zrcalno izokrenuta po vertikalnoj osi.



Slika 5.3: Grafikon usporedbe naših mjerena (G magnituda po y-osi) i V magnitudo iz literature (x-osi). Različiti simboli i boje prikazuju rezultate za sliku od ISO 4000 (kvadratići) i ISO 6400 (kružići). Primjetite jedno mjerjenje sa ISO 6400 slike jako odstupa (označeno strelicom) gdje je sumnja na ili grubu pogrešku mjerjenja ili na problem s pokvarenim pikselom kamere.



Slika 5.4: Izmjerene G magnitude na slici od ISO 6400 u usporedbi sa slikom od ISO 4000. Mjerenja su gotovo identična, samo pomaknuta za 0.6 magnituda. Dva mjerena imaju osjetan odmak od trenda, gdje se je jedno može tretirati kao problematično i vjerojatno je gruba pogreška mjerena (vidi također sliku 5.3).



Slika 5.5: Primjer sjaja dviju zvjezda i neba oko njih na slikama snimljenim fotoaparatom s podešenim različitim ISO vrijednostima. Grafikoni prikazuju vrijednosti piksela uzduž linije prikazane na slikama ispod. Zanimljivo kako s porastom osjetljivosti kamere (veći ISO broj) zvijezde poprimaju puno veću vrijednost dok istovremeno nebo samo malo pojača sjaj. To nam govori da je pozadinski šum u ovom slučaju vjerojatno dominiran termalnim šumom same kamere.

5.2 Utjecaj veličine aperture na točnost fotometrije

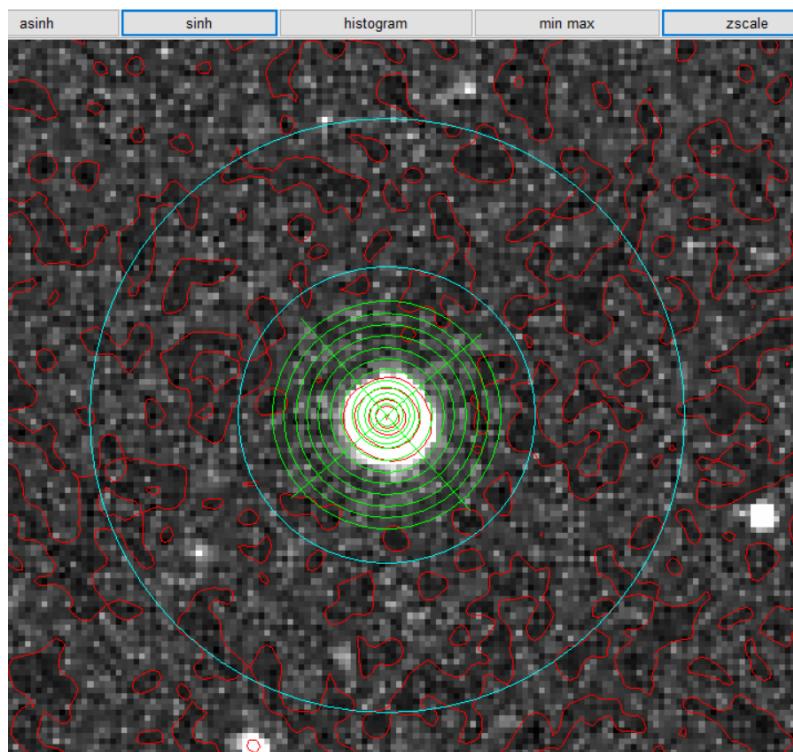
Zadržati ćemo se na najjednostavnijoj metodi fotometrije opsianoj u poglavlju 4.1. Ovaj puta koristimo fotografiju otvorenih skupova¹ NGC 869 i NGC 884 (poznatih kao h i χ Persei) koju smo napravili koristeći fotoapart Canon EOS 1200D s ekspozicijom od 20 sekundi i ISO 800, kroz teleskop koji je imao uključeno praćenje neba. Sirova fotografija (format .CR2) dostupan je na našoj web stranici: <http://fotometrija.advega.hr/prirucnik/Primjer2-CR2.zip>. Primjenite upute o konverziji u FITS format iz poglavlja 3.3, a ako ne uspijete skinite FITS verziju slike: <http://fotometrija.advega.hr/prirucnik/Primjer2-fits.zip>

U jednoj od idućih vježbi pozabavit ćemo se analizom zvijezda u tim skupovima, dok se ovdje fokusiramo na slijedeća pitanja:

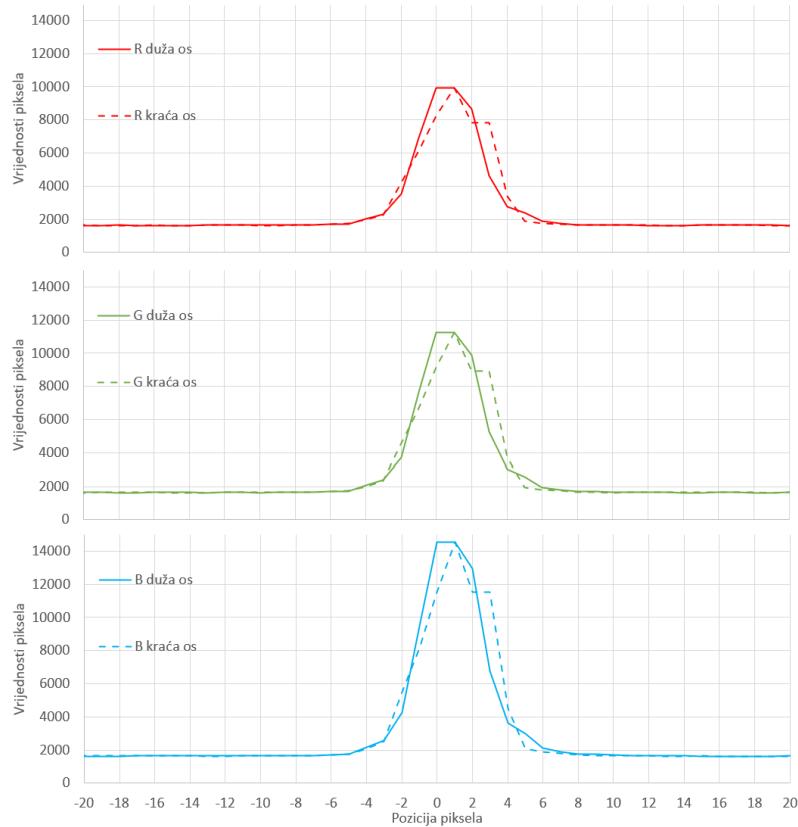
1. kako radius aperture utječe na točnost fotometrije zvijezde,
2. utječe li preciznost mjerena pozadinskog sjaja neba i na preciznost fotometrije.

Odgovore na ova pitanja tražiti ćemo kroz fotometriju dviju nasumično dabranih zvijezda na slici, ali odabranih tako da je jedna zvijezda vrlo sjajna (nazovimo je zvijezda A), a

¹https://en.wikipedia.org/wiki/Double_Cluster



Slika 5.6: Prikaz aperture u fotometrijskoj analizi zvijezde A (položaj na slici: x=2857, y=2186). Profili sjaja piksela uzduž zelenih linija koje presjecaju zvijezdu prikazani su na slici 5.7 (liniju gore-lijevo prema dolje-desno nazvali smo *duža os*, a liniju od dolje-lijevo prema gore-desno zovemo *kraća os*). Zelene koncentrične kružnice su fotometrijske aperture različitih radijusa. Dvije velike plave kružnice označuju prsten korišten za mjerenu pozadinskog sjaja neba. Primjetite i crvene linije koje se protežu po čitavoj slici i po samoj zvijezdi. To su konture koje prate sljedeće vrijednosti piksela: 1630, 1700, 2000, 4000, 6000, 8000, i 10000. Te konture daju nam osjećaj kako na zvijezdi rastu vrijednosti piksela.

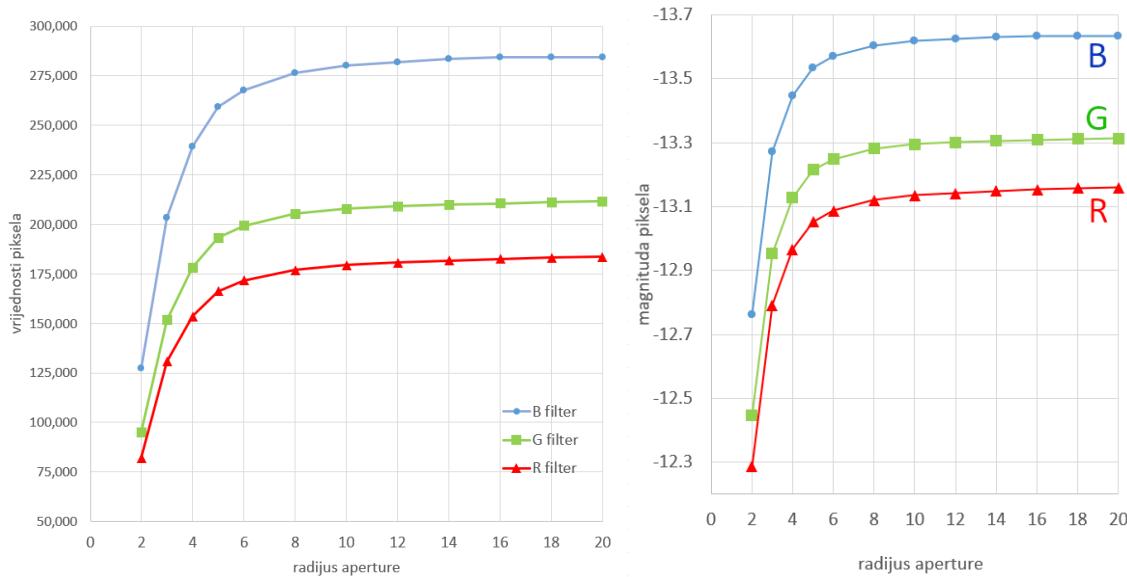


Slika 5.7: Profil sjaja zvijezde A sa slike 5.6 uzduž dviju okomitih linija (nazvanih duža i kraća os). Profili su prikazani zasebno za RGB komponente slike.

druga ima sjaj vrlo blizu sjaja neba na slici (zvijezda B). *U ovoj vježbi pretpostavljamo da ste prošli kroz prethodnu vježbu u poglavljiju 5.1 i da stoga znate kako napraviti aperturnu fotometriju. Jedina razlika je da ovaj puta bilježimo i broj piksela korištenih za mjerjenje medijama pozadinskog sjaja neba, ne bi li iskoristili formulu 2.25 za izračun pogreške fotometrije. Obratite pažnju i na poglavje 2.6.4 u kojem su upute kako tu pogrešku propagirati na izračun pogreške izražene u magnitudama.*

Analizu započnjemo sa zvijezdom A koja je prikazana na slici 5.6. Prvi dojam o zvijezdi možemo dobiti kroz uvid u profil sjaja prikazan na slici 5.7. Zvijezda je toliko sjajna da na profilima niti ne uočavamo varijacije u sjaju piksela neba jer su puno manjeg sjaja od najsjajnijeg pixela zvijezde. Profili pokazuju tendenciju praćenja nekakvog pravilnog oblika, ali postoje nepravilnosti koje vjerojatno dolaze iz procesa interpolacije vrijednosti piksela uzrokovanih korištenjem Bayerove matrice na senzoru kamere (vidi opis što je to u poglavljju 2.4.1).

Zatim krećemo u postupak fotometrije, ali na način da uzimamo niz različitih radijusa aperture, od očito premalene koja pokriva samo nekoliko centralnih najsjajnijih piksela, pa do pretjerano velike koja daleko nadilazi samu veličinu zvijezde na slici. Te aperture iscrtane su na slici 5.6 kao zelene koncentrične kružnice. Njihovu poziciju i radijus kontroliramo pomoću prozora koji se pojavi kada u programu DS9 kliknemo brzo dva puta na kružnicu aperture (ili selektiramo apertura i odaberemo *Region→Get_Information*). Centar svih apertura držimo uvijek isti, a radijuse variramo od 2 do 20 piksela. Pritom uvijek koristimo isti veliki prsten oko zvijezde (plave kružnice na slici 5.6) za izračun sjaja



Slika 5.8: Saj zvijezde A izmjerjen fotometrijom po aperturama različitih radijusa (zelene koncentrične kružnice na slici 5.6). Lijevi grafikon ima sjaj izražen u ukupnoj vrijednosti piksela, dok desni koristi sjaj izražen u magnitudama. Fotometrijske pogreške iz jednadžbe 2.25 i poglavlja 2.6.4 su manje od simbola na grafovima, ali stvarna pogreška određuje se analizom ovih grafikona opisanoj u tekstu.

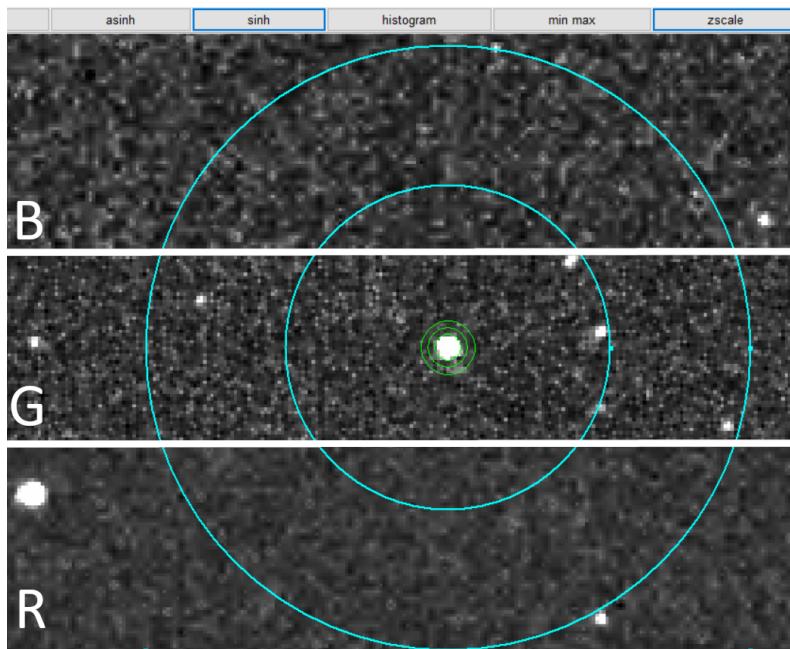
pozadine.

Čemu ovakav set mjerjenja? Zato jer očekujemo slijedeće. Kada je apertura vrlo mala, fotometrija će očito podcijeniti sjaj zvijezde. Kako povećavamo aperturu tako mjereni sjaj raste sve do radijusa unutar kojeg je obuhvaćeno svo svjetlo zvijezde. Daljnje povećanje radijusa aperture trebalo bi davati uvijek isti sjaj. Vidimo na slici 5.8 da se upravo to i dešava. Apertura radijusa od oko 9 piksela je prijelaz između ta dva trenda. Zanimljivo da za veće aperture sjaj blago, ali konstantno, raste. Dva su moguća razloga.

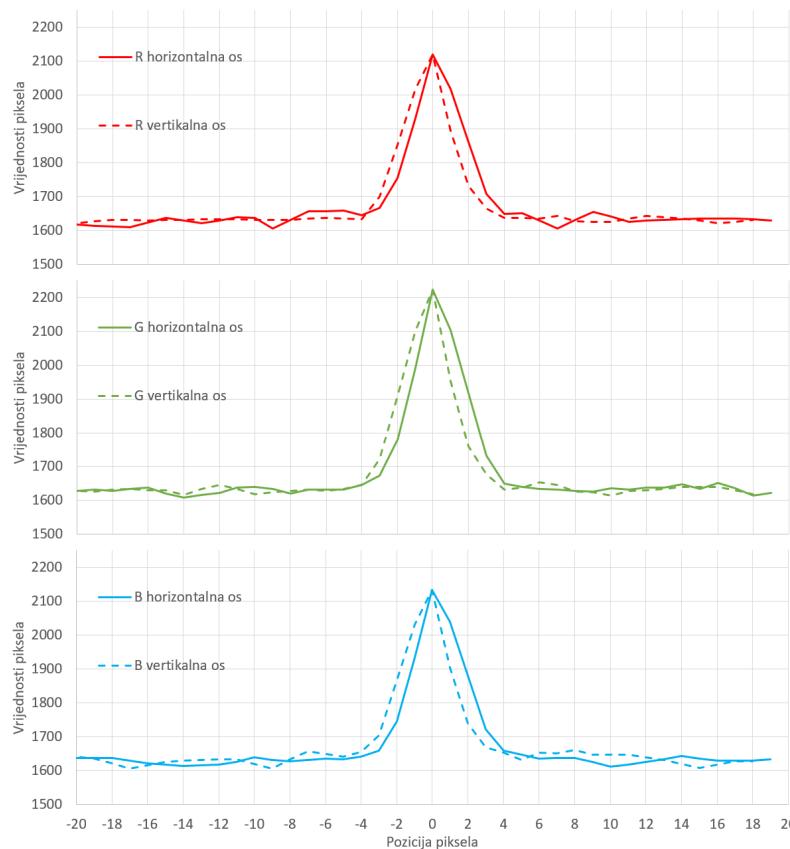
- Možda veća apertura obuhvaća sve više piksela sjaja većeg od medijana pozadinskog sjaja neba jer postoje dodatni, vrlo slabi, izvori svjetla okolo naše zvijezde. To je zanimljiva tema za posebnu analizu o tome što je izvor pozadinskog šuma na slici.
- A možda imamo pogrešku u mjerenu medijana pozadinskog sjaja na slici. Vrijednosti koje u ovom slučaju smo izmjerili su (1630,1632,1633) za filtere R, G i B. Ako sve vrijednosti postavimo na 1633 (što je samo 0.18% korekcija u R filteru), krivulje postaju gotovo savršeno ravne na grafovima na slici 5.8.

Što god da je razlog, iz ove analize grafikona sa slike 5.8 možemo procijeniti da nam je sjaj zvijezde vrijednost dosegnuta kod aperture radijusa 9, i da pogreška neće prelaziti ± 0.02 mag. Ali ova lakoća određivanja radijusa aperture na kojoj je dosegnut ukupni sjaj zvijezde temelji se na tome da rezultat analize nije jako ovisio o pogrešci u određivanju pozadinskog šuma na slici. Što ako je sjaj zvijezde vrlo slab i utjecaj šuma postane osjetan?

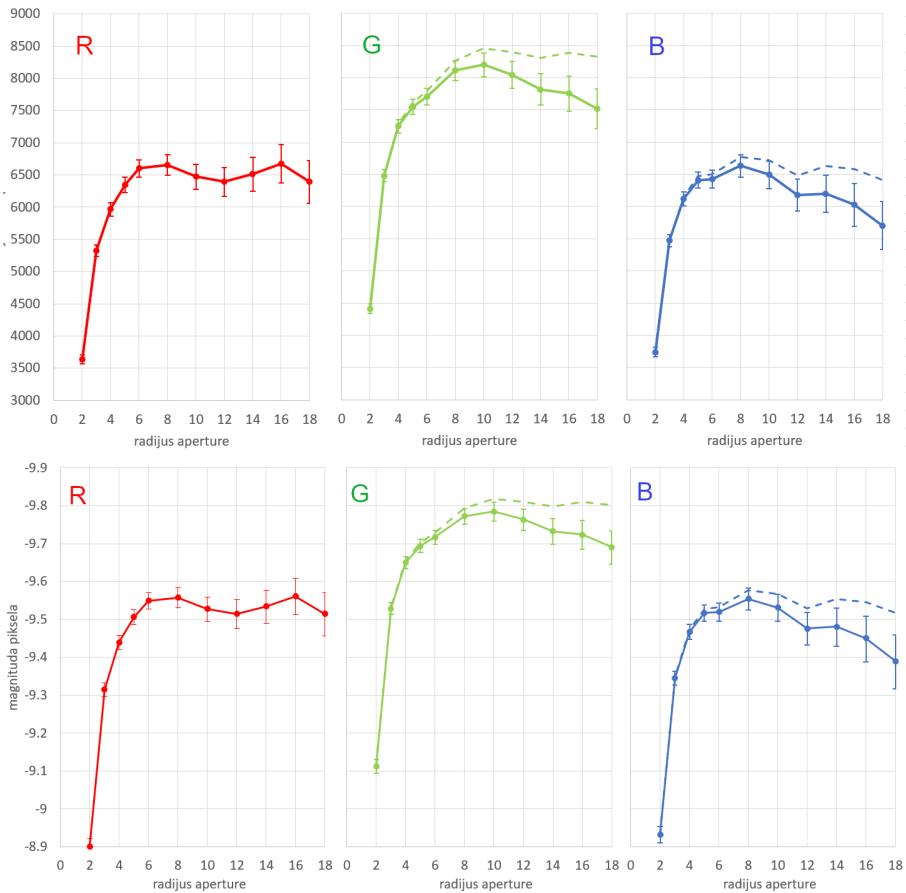
Takvu situaciju analiziramo kod naše zvijezde B. Na slici 5.9 prikazano je kako sada postavljamo aperture, gdje bi radius od 8 piksela trebamo biti dovoljan. Međutim ovdje nailazimo na problem. Ako pogledate presjeke sjaja zvijezde prikazane na slici 5.10, možete vidjeti kako je najsajniji piksel sada relativno malo iznad vrijednosti sjaja neba. To rezultira velikim fotometrijskim greškama, što se vidi na slici 5.11. To se može shvatiti i time što su razne nasumične oscilacije sjaja neba sada dovoljno velike da se vide na profilima



Slika 5.9: Prikaz apertura u fotometrijskoj analizi zvijezde B (položaj na slici: $x=3236$, $y=2394$). Zelene koncentrične kružnice su fotometrijske aperture radijusa 4, 6 i 8 piksela. Dvije velike plave kružnice označuju prsten koristen za mjerjenje pozadinskog sjaja neba. Radi lakšeg prikaza izgleda pozadinskog šuma po RGB filterima, preklopili smo tri slike. Iz njih se vidi kako je granulacija najmanja u G filteru jer u Bayerovoj matrici ima dva pixela (vidi poglavlje 2.4.1).



Slika 5.10: Profil sjaja zvijezde B sa slike 5.9 uzduž dviju okomitih linija (vodoravno i okomito na slici). Profili su prikazani zasebno za RGB komponente slike.



Slika 5.11: Saj zvijezde B izmjerjen fotometrijom po aperturama različitih radijusa (zelene koncentrične kružnice na slici 5.9). Gornji grafikoni imaju sjaj izražen u ukupnoj vrijednosti piksela, dok donji koriste sjaj izražen u magnitudama. Fotometrijske pogreške iz jednadžbe 2.25 i poglavlja 2.6.4 su označene uz svaku točku mjerjenja. Crtkane linije su rezultat u situaciji kada korigiramo vrijednost pozadinskog sjaja neba na slici (vidi tekst).

sjaja. To znači da svaki piksel koji je prikupljao svjetlo zvijezde ima u sebi i pogrešku zbog tih nasumičnih oscilacija.

Koliki je to problem vidi se u tome da grafikoni na slici 5.11 više nužno ne prate očekivani trend rasta i zatim konstantne vrijednosti kada su aperture dovoljno velike da uključe čitavu zvijezdu. Sada se dešava da s većim aperturama izmjereni sjaj zvijezde opada! Razlog takvom neočekivanom trendu je velika osjetljivost na preciznost mjerjenja pozadinskog sjaja neba. Mi uzimamo medijan vrijednosti piksela neba i dobijemo neki cijeli broj. U ovom slučaju to su vrijednosti (1630, 1632, 1632) za RGB komponente slike. Ako sada promijenimo vrijednosti u (1630, 1631.2, 1631.3), što je korekcija od samo 0.05%, krivulje na slici 5.11 se pomaknu na crtkane linije koje prate očekivani trend. Ovakvim postupkom smo dobili veliku preciznost mjerjenja pozadinskog sjaja, te dokaz da je apertura radijusa 8 piksela uistinu dovoljna. Pogreška je ovaj puta dominirana fotometrijskom pogreškom i iznosi otprilike (± 0.03 , ± 0.04 , ± 0.05) magnitude po RGB komponentama.

5.3 Ubacivanje nebeskog koordinatnog sustava i prepoznavanje objekata na slici

U prvoj vježbi u poglavlju 5.1 morali smo prepoznati zvijezde koje se vide na našoj slici. Za to smo koristili program Stellarium, gdje smo ručno uspoređivali mapu neba i našu sliku. To je dobra vježba za upoznavanje neba, ali je vrlo neefikasan proces i uz to podložan našim pogreškama. Za odraditi neki zahtjevniji zadatak potrebno je aktivirati automatsko prepoznavanje objekata (zvijezde, galaksije) koji se vide na našoj slici. Time ćemo se pozabaviti u ovoj vježbi i otvoriti si prozor u svijet velike količine astronomskih podataka koji čekaju da ih istražite.

U ovoj vježbi imamo zadatak da:

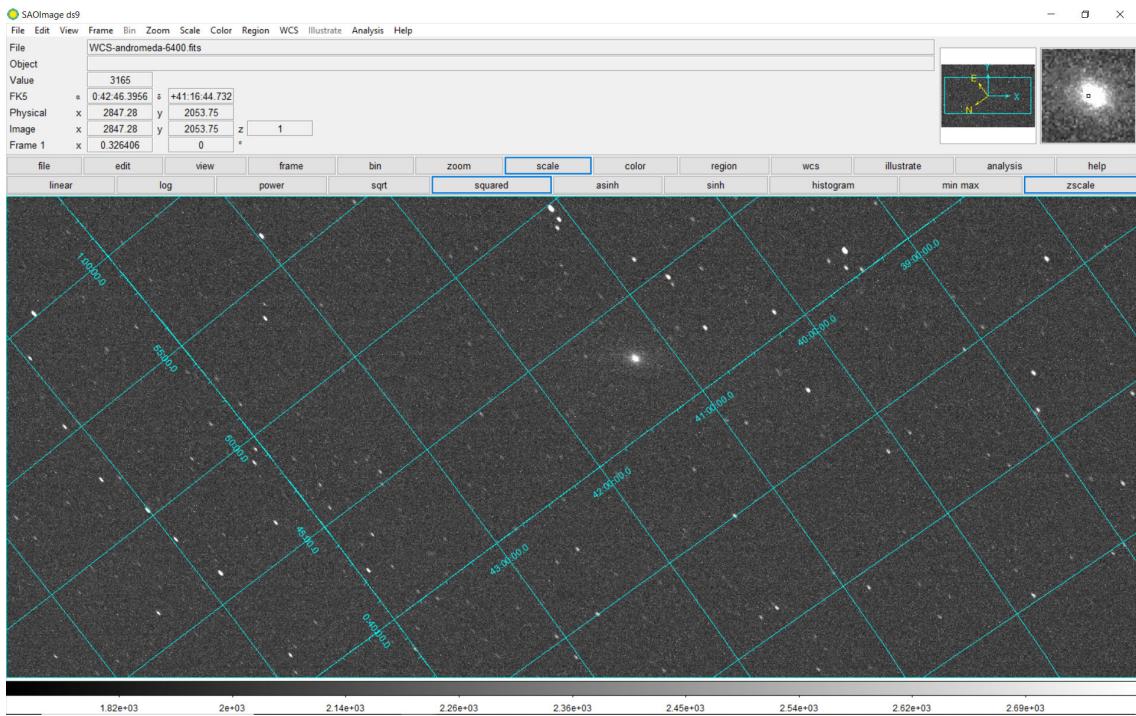
1. postavimo nebeski koordinatni sustav na našu sliku,
2. povežemo se kroz program DS9 sa SIMBAD bazom podataka, iz koje ćemo automatski povući podatke o zvijezdama vidljivim na našoj slici.

Ovdje podrazumijevamo da ste upoznati s konceptom nebeskog ekvatorskog koordinatnog sustava u kojem svaka točka na nebu ima svoje koordinate rektascenziju (eng, right ascension) α i deklinaciju (eng. declination) δ . Astronomski slike u FITS formatu u svojem zagлавlju (eng. header) mogu imati upisane podatke o tome kako je nebeski koordinatni sustav preslikan na našu sliku. Taj zapis naziva se World Coordinate System (WCS) i prvo ćemo ga morati postaviti na našu sliku. Tek nakon toga, zahvaljujući tim koordinatama, možemo krenuti povezivati objekte vidljive na našoj slici s objektima koji postoje u astronomskim bazama podataka.

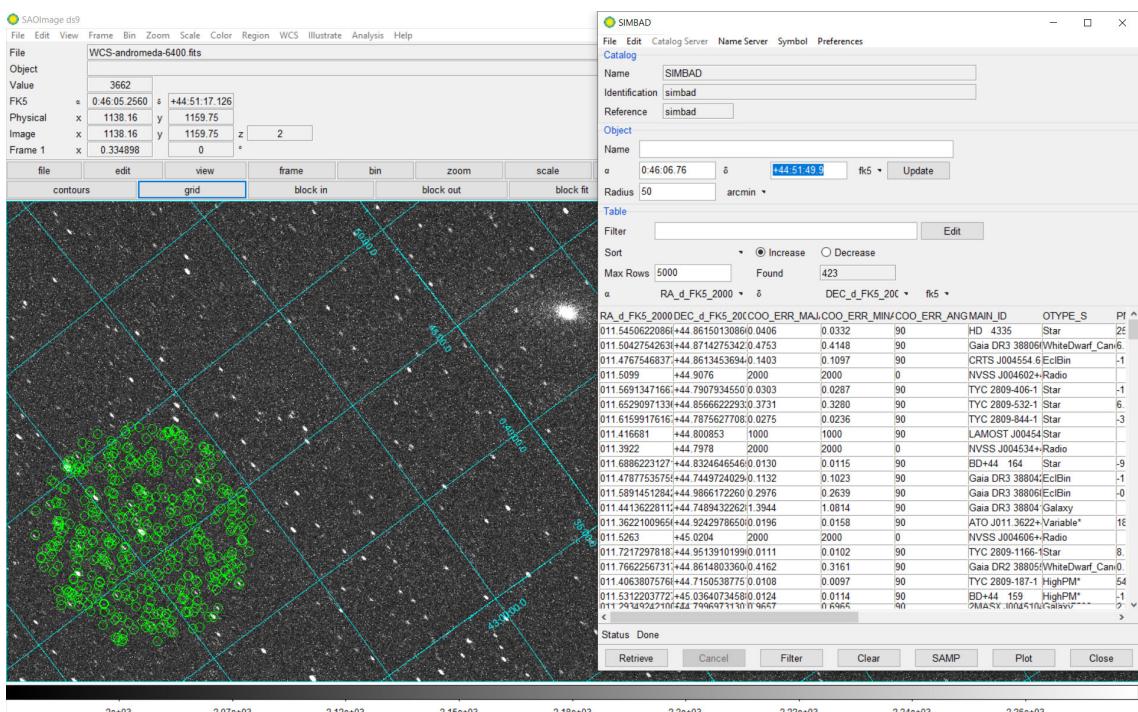
Astronomi su do danas kreirali mnoštvo velikih baza podataka o nebeskim objektima. Jedna od njih je SIMBAD (<https://simbad.cds.unistra.fr/simbad/>) i biti će vam vrlo korisna kao početniku u astronomiju. Sadrži preko 5 milijuna zvijezda i preko 5 milijuna ne-zvijezdanih objekata (galaksija, maglica, itd.). Uz svaki objekt u bazi je pridruženo mnoštvo informacija o tome što su sve astronomi do sada izmjerili i gdje se nalaze ti podaci. Stoga će nam SIMBAD biti „prozor“ u svijet svemirskih podataka. A vidjet ćete i da je to samo jedan od „prozora“ koji će vam program DS9 ponuditi.

Slijedite ovaj redoslijed koraka:

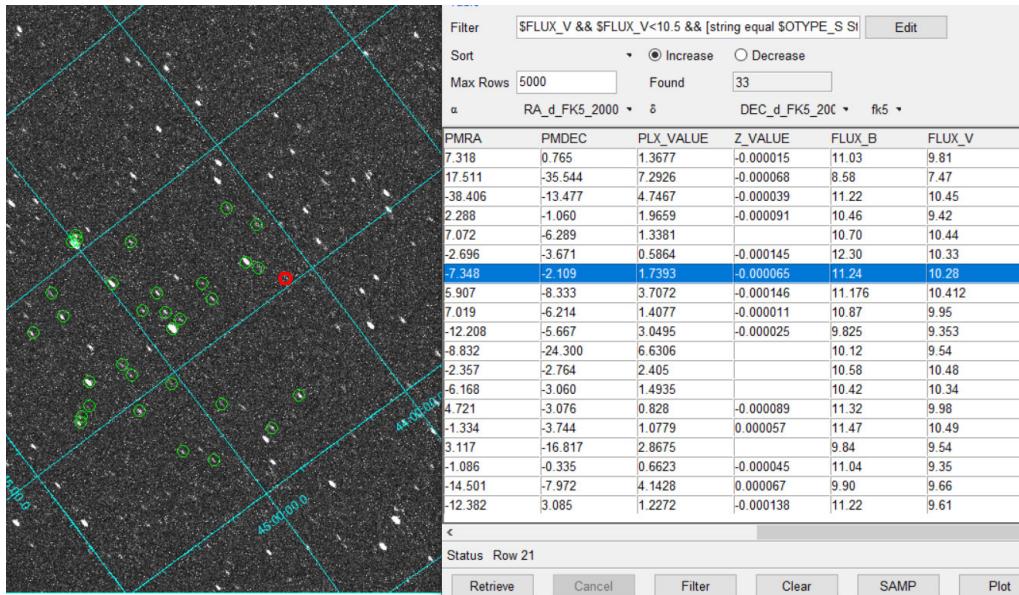
- Za ovu vježbu koristit ćemo istu sliku kao i u prvoj vježbi u poglavlju 5.1. Potražite u toj vježbi gdje skinuti sliku s našeg weba. Potrebna nam je u FITS formatu.
- Sada otvorite slijedeću web stranicu: <https://nova.astrometry.net/upload>. Radi se o astronomskom projektu koji nudi besplatnu uslugu prepoznavanja područja neba koje je vidljivo na vašoj slici. Kliknite „Browse“, odaberite sliku s vašeg računala, i nakon toga kliknite „Upload“.
- Budući da je FITS slika velika, treba neko vrijeme da se učita, te nakon toga treba malo pričekati da njihov program odradi proces prepoznavanja položaja zvijezda na slici. Kada je gotov ispisati će poruku je li uspješno odradio posao, te nakon toga kliknite na „Go to results page“. Tamo kliknite na „New FITS image“ i krenuti će skidanje FITS slike koja ima umetnute podatke o WCS, tj. o koordinatnom sustavu.
- Sada tu novu FITS sliku učitajte u DS9. Slijedite upute iz poglavlja 5.1 kako si podesiti „scale“ da zvijezde budu lijepo vidljive. No, odmah možete primjetiti jedan novi detalj: kada mičete kurSOR preko slike, DS9 automatski sada prikazuje ne samo



Slika 5.12: Slika na ekranu nakon što se aktivira prikaz nebeske koordinatne mreže.



Slika 5.13: Izgled ekrana nakon što je iz SIMBAD baze izvučen popis objekata koji se nalaze u zadanom području slike.



Slika 5.14: Izgled ekrana nakon što smo filtrirali popis objekata iz SIMBAD baze. Kada kliknete neki redak u tablici, taj objekat zasvijetli crveno na DS9 ekranu.

koordinate piksela na slici, nego i nebeske koordinatne α i δ .

- Koordinatni sustav slike prikazati će vam se na ekranu ako odaberete: *Analysis*→*Coordinate_Grid*. Na slici 5.12 možete vidjeti kao to izgleda.
- Sada krećemo s pretragom objekata na slici. Odaberite *Analysis*→*Catalogs*→*Database*→*SIMBAD*. Otvorit će se prozor u kojem sada treba unijeti koordinate oko koje će se pretraživati baza. Unesite $\alpha=0:46:06.76$ i $\delta=+44:51:49.9$, te *Radius*=10 arcmin. Zatim kliknite na *Retrieve* na dnu prozora. Morate biti spojeni na Internet jer u tom trenutku DS9 se povezuje sa SIMBAD bazom i traži objekte koji su unutar *Radius* udaljenosti oko točke (α, δ). Kad je gotov, pojavit će se spisak objekata u SIMBAD prozoru koji su ujedno iscrtani i na FITS slici. Stanje na ekranu vidi se na slici 5.13.
- Popis objekata nadilazi kvalitetu naše slike, tj. preslabog su sjaja da budu vidljivi. Uz to, nisu svi objekti zvijezde. SIMBAD ima svoju klasifikaciju objekata², a mi možemo filtrirati što nas zanima. U polje *Filter* u SIMBAD prozoru upišite *[string equal \$OTYPE_S Star]* i onda kliknite na gumb *Filter* na dnu prozora. Time ćete selektirati samo objekte koji imaju klasifikaciju *Star*. Ako pak želite odabrati objekte koji nisu neki tip, npr. ne želite glakasije, unesite: *!/[string equal \$OTYPE_S Galaxy]*. Ali mi želimo slijedeće:
 - da objekt ima V magnitudu,
 - da mu je V magnituda sjanija od 10.5 mag, te
 - da se radi o tipu objekta *Star*.

Sva tri kriterija biti će zadovoljena ako upišete u filter: *\$FLUX_V && \$FLUX_V<10.5 && !/[string equal \$OTYPE_S Star]*. Nakon filtriranja stanje na ekranu je prikazano na slici 5.14.

Ovime ste savladali minimum vještina prepoznavanja objekata na FITS slici, što će nam biti korisno u idućim vježbama.

²Vidi spisak ovdje: <http://vizier.u-strasbg.fr/cgi-bin/OType>

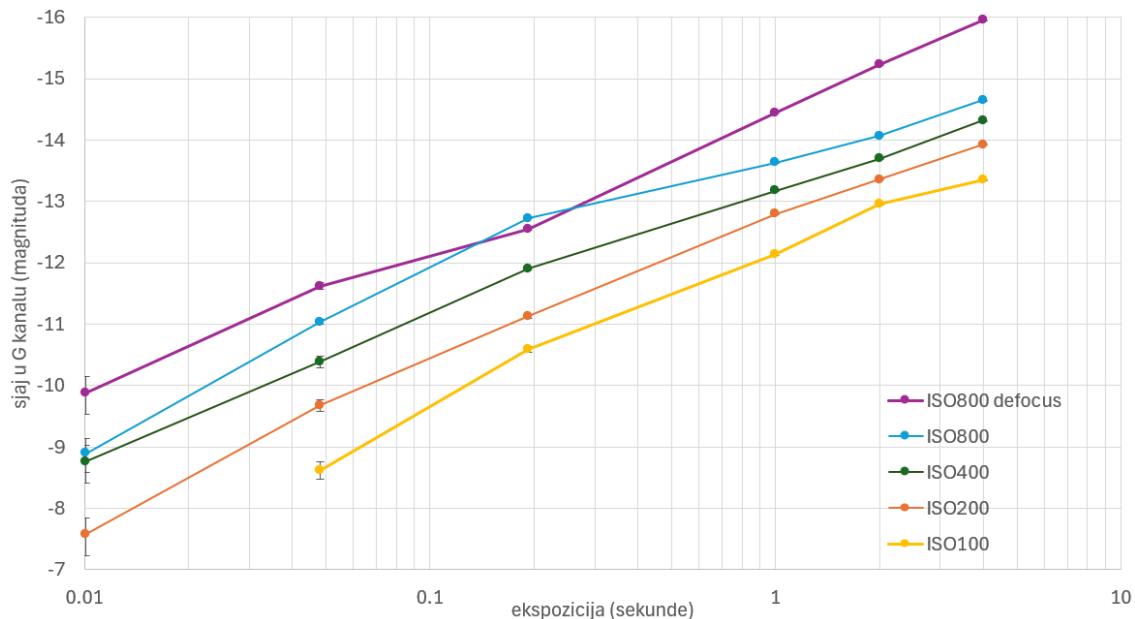
5.4 Ovisnost fotometrije o ekspoziciji i zašto koristiti defokus

U poglavlju 4.2 smo se osvrnuli na problem saturacije sjajnih zvijezda, te kako se problem može riješiti defokusiranjem slike. Ovdje ćemo demonstrirati to kroz primjer mjerenja sjaja zvijezde Algol. Algol je zapravo trojni sustav zvijezda, gdje dvije sjajnije zvijezde kruže oko blizu jedna druge. Kada veća, ali hladnija zvijezda od tih dviju prekriva svakih 2.86 dana drugu, sjanju i topliju, mi na Zemlji vidimo to kao pad sjaja Algola s 2.1 magnitude na 3.4 magnitude u V.

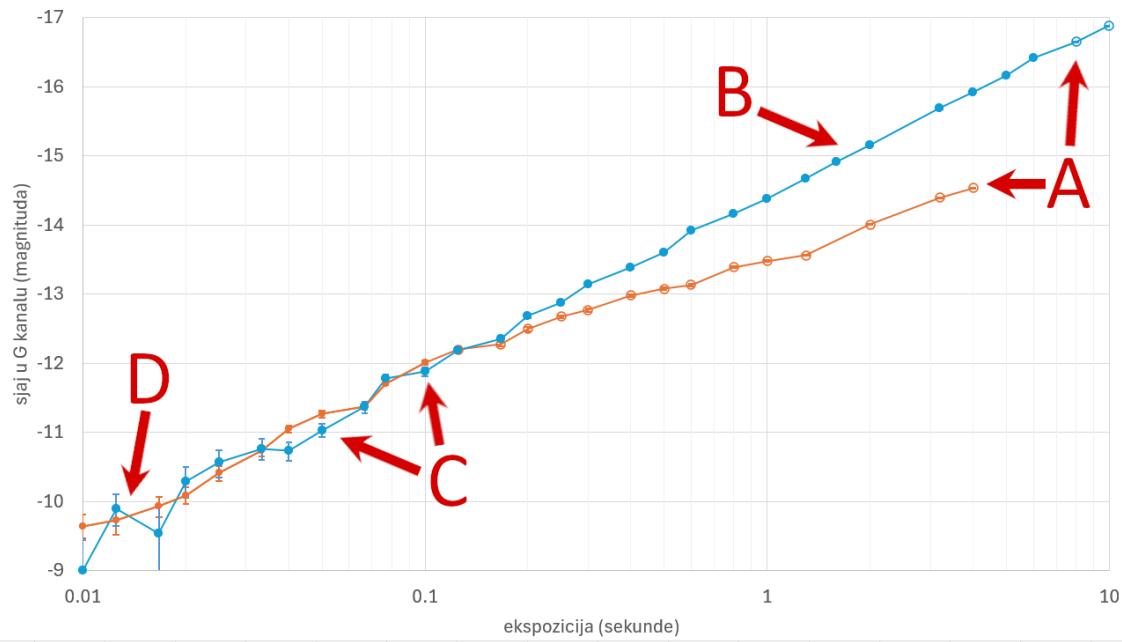
U ovoj vježbi nas ne interesira praćenje varijabilnosti Algola, nego se bavimo osnovnim pitanjem kako uopće fotometrirati tako sjajnu zvijezdu. U tu svrhu koristili smo fotoaparat s objektivom i bez praćenja vrtnje neba. Budući da je zvijezda vrlo sjajna, čini se kao lagani zadatak. Ne bi li istražili ponašanje fotometrije s različitim ISO i ekspozicijama, napravili smo serijal slika koristeći ISO100, ISO200, ISO400 i ISO800, prilikom čega smo varirali ekspoziciju od 0.01 sekunde do 4 sekunde.

Rezultati su vidljivi na slici 5.15. Koristimo G kanal RGB slike, budući da ima više piksela od B i R kanala pa je precizniji, ali i zato što je sličan astronomskom V filteru. Algol je saturirao kod svih slika s ekspozicijama u sekundama, a kod većih ISO i prilikom kraćih od jedne sekunde. Kod vrlo kratih ekspozicija dolazimo do limita detekcije i greška mjerenja raste. Te vrlo kratke ekspozicije nisu pogodne za fotometriju, ali nam ovdje služe da demonstriramo efekte koji se pojavljuju kod sve kraćih ekspozicija.

Rješenje je, kao što smo naveli, u defokusu slike. Slika 4.4 prikazuje izgled slike Algola koristeći ISO800 i ekspoziciju od 4 sekunde kada je slika fokusirana i defokusirana.



Slika 5.15: Fotometrija zvijezde Algol na slikama dobivenim fotoaparatom bez praćenja neba. Korištene su različite ISO vrijednosti i ekspozicije od 0.01 sekundi do 4 sekunde. Zvijezda saturira sliku kod svih ISO kada su ekspozicije u sekundama, ali ne i kada se slika defokusira.



Slika 5.16: Fotometrija zvijezde Algol na slikama dobivenim fotoaparatom bez praćenja neba. Narančasta linija su mjerena na fokusiranim slikama, a plavo je rezultat kada je slika defokusirana. Korsitili smo ISO800, a ekspozicija se kontinuirano mijenjala od 0.01 sekunde do 4 sekunde za fokusiranu i 10 sekundi za defokusiranu sliku. Točke u obliku kružića su mjerena. Situacije sa saturiranim zvijezdom označene su praznim kružićima (istaknuto strelicama A), a bez saturacije s punim. Defokusirana mjerena pokazuju stabilni rast s dužinom ekspozicije (strelica B) kod ekspozicija od sekunde na više. Tek kod gotovo 10 sekundi dolazi do saturacije. Kada su ekspozicije manje, vrijednosti počinju oscilirati zbog seeinga, tj. titranja u sjaju zvijezda uzrokovano atmosferom (istaknuto strelicama C). Kod vrlo kratkih ekspozicija zvijezda je jedva uočljiva i fotometrija je podložna greškama zbog stapanja sa šumom (strelica D).

Fotometrijski rezultati na slici 5.15 daju naznaku da je fotometrija defokusirane slike stabilna s povećanjem ekspozicije jer slika ne saturira. Stoga smo krenuli snimati Algol iznova. Ovaj puta ISO je fiksiran na ISO800, a ekspozicije se kreću od 0.01 sekunde do 10 sekundi. Rezultati su prikazani na slici 5.16. Defokusirana slika saturira tek s ekspozicijom od gotovo 10 sekundi, a stablina linearna ovisnost o dužini ekspozicije pokazuje za ekspozicije od sekunde na više. Ekspozicije kraće od jedne sekunde pokazuju oscilacije zbog atmosferskog seeing-a, što je i očekivano.

Budući da je Algol vrlo sjajna zvijezda na nebnu, vidljiva i pod lošim uvjetima, a ujedno i vrlo zanimljiv varijabilni objekt zbog jakih padova sjaja, preporučljiv je kao početni objekt za učenička istraživanja. Kao što vidimo iz ovih vježbi, astronomija nije samo "sirovo" mjerjenje, nego i dubinsko razumijevanje ponašanje senzora, atmosfere, i statistike. Isto tako, ova vježba je zoran primjer da se s običnim fotoaparatom, bez praćenja i bez teleskopa može raditi zanimljiva astronomija koja zadire duboko u problematiku astronomskih tehnika.

5.5 Usporedba različitih načina konverzije u FITS format

Kao što smo već opisali u poglavlju 3.3, ako koristite fotoaparat onda su vam slike na početku spremljene u sirovom formatu kojeg je potrebno konvertirati u FITS format. U poglavlju 3.3.1 dajemo najjednostavniji način konverzije pomoću aplikacije ASTAP, a u poglavlju 4.3.2 pomoću aplikacije IRIS. Ovdje ćemo još pokazati i kako pristupiti slikama pomoću Python-a. Nezgodan detalj je što svi ti različiti načini konverzija nužno ne vode u identičnu sliku. Pojavljuju se sitne razlike koje možda utječu na preciznost fotometrije.

5.5.1 Konverzija pomoću Python-a

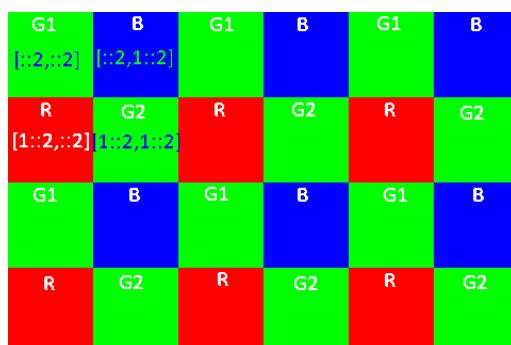
Ako ste vični programiranju u Pythonu, onda vam može biti od interesa i uputa kako fotografiju očitati u Python na način da imate pristup sirovim vrijednostima piksela. U tu svrhu instalirajte si module *rawpy* i *astropy* (<https://www.astropy.org/>). Oni će vas pratiti kroz rad u astronomiji u Pythonu. Zatim pokrenite slijedeći skriptu:

```

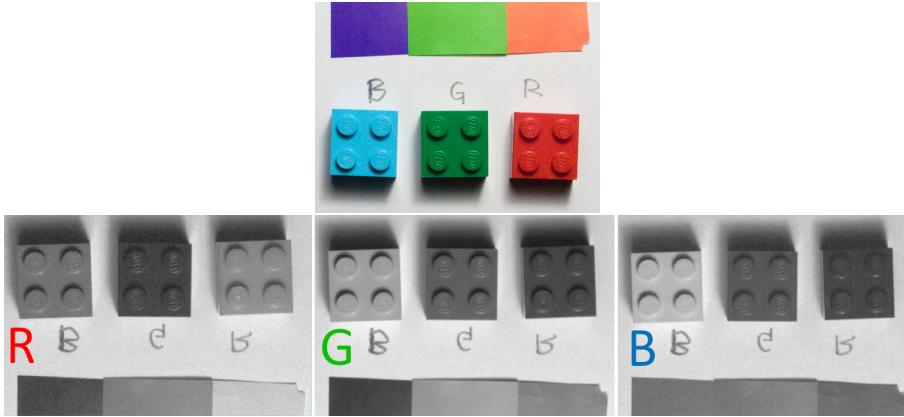
1 import rawpy
2 from astropy.io import fits
3
4 filename = '?????' # unesite naziv fotografije
5 outname = '?????' # unesite naziv izlazne FITS slike
6
7 raw = rawpy.imread(filename)
8 rgbraw = raw.raw_image
9
10 image = []
11 image.append(rgbraw[1::2,::2]) # RED
12 image.append(0.5*(rgbraw[::2,::2] + rgbraw[1::2,1::2])) # GREEN
13 image.append(rgbraw[::2,1::2]) # BLUE
14
15 rgb = fits.PrimaryHDU(data=image)
16 rgb.writeto(outname)

```

Sirovoj slici pristupili smo pomoću *raw.raw_image*, ali dobiveno polje brojeva u sebi ima piksele posložene po Bayerovoj matrici. Stoga moramo pristupiti pojedinačnim pikselima, te je ovaj primjer podešen na primjer fotoaparata Canon EOS 60D (vidi sliku 5.17). Primjetite da se zeleni piksel pojavljuje dva puta u Bayerovoj matrici, pa stoga jednostavno



Slika 5.17: Izgled Bayerove matrice za fotoaparat Canon EOS 60D s označenim indeksiranjem pristupa pikselima u Pythonu (detaljnije o Bayerovoj matrici pronadi u poglavlju 2.4.1.)



Slika 5.18: Primjer rezultata konverzije fotografije u boji na RGB komponente u FITS formatu (korištena je Python skripta iz poglavlja 5.5.1).

uzimamo njihovu srednju vrijednost kako bi ih uklopili u istu rezoluciju slike kao i plava i crvena slika. Također, za razliku od konverzije pomoću ASTAP-a i IRIS-a, mi ovdje ne radimo nikakvu interpolaciju³ pa je stoga konačna RGB slika duplo manjih dimenzija nego li početa fotografija.

5.5.2 Usporedba FITS slika iz ASTAP-a, IRIS-a i Pythona

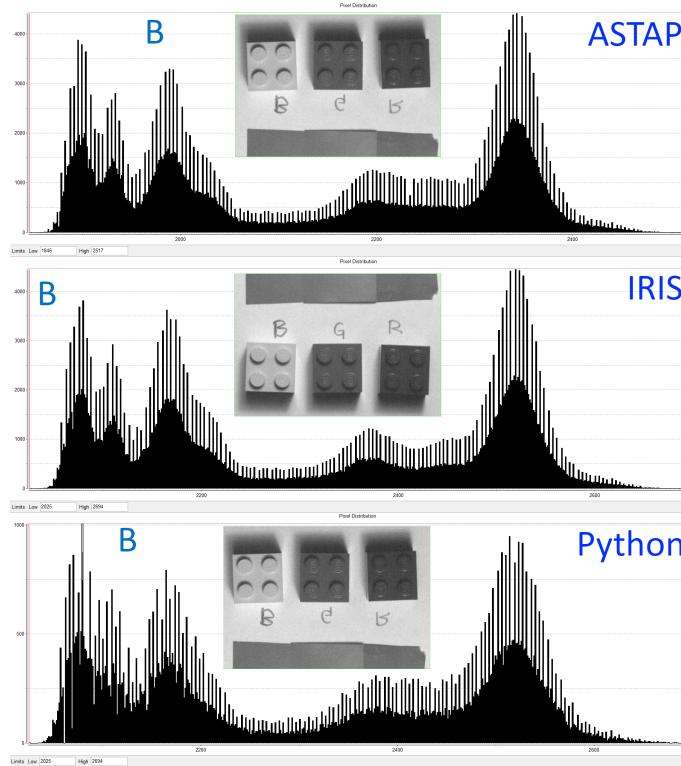
Sva tri pristupa stvaraju iskoristive FITS slike, ali zbog načina kako se odnose prema problemu Bayerove matrice rezultati se donekle razlikuju. Za početak, ASTAP i IRIS popunit će sva 4 piksela Bayerove matrice s bojama koje nedostaju. Za to koriste matematiku interpolacije i tu dolazi do nekih sitnih razlika, no slika bi trebala imati veličinu kao i u originalu (ali i tu postoje odstupanja). U Python primjeru smo pokazali kako pristupiti pikselima Bayerove matrice bez ikakvih interpolacija, te je zato konačna slika duplo manje rezolucije.

Razlike koje se pojavljuju demonstrirati ćemo primjerom sa slike 5.18. Istu fotografiju smo konvertirali na tri različita načina i analizirali dobivene FITS slike. Dimenzije i orijentacije FITS slika su navedene u tablici 5.2. Zatim smo usporedili histograme vrijednosti piksela, tj. iscrtali koliko često se pojavljuju pikseli određene vrijednosti. Slika 5.19 prikazuje histograme za FITS slike u B kanalu. Primjetite da postoje male razlike

³Kako bi dobili RGB sliku originalne rezolucije, pikseli koji su drugačije boje se popune nekim interpoliranim vrijednostima. Recimo, unutar 2x2 matrice B pixel se pojavljuje jednom, pa se stoga za B sliku preostala tri piksela također popune nekim vrijednostima. Vidi poglavljje 2.4.1.

Tablica 5.2: Dimenzije FITS slika u usporedbi s originalnim formatom dobivene pomoću metoda iz poglavlja 3.3.1, 4.3.2 i 5.5.1. Originalna fotografija načinjena je pomoću Canon EOS 60D fotoaparata. Nakon konverzije dobivena FITS slika može imati inverziju po vertikalnoj osi (vidi sliku 5.19).

metoda	rezolucija slike	slika invertirana
originalni format	5184 x 3456	NE
ASTAP	5184 x 3456	DA
IRIS	5202 x 3465	NE
Python metoda	2672 x 1758	DA



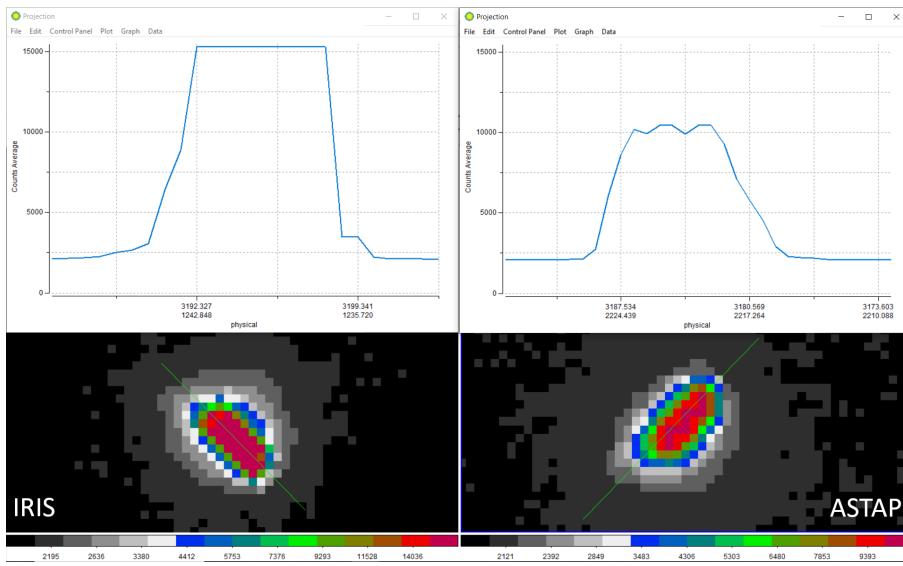
Slika 5.19: Histogrami vrijednosti piksela u B kanalu FITS slika dobivenih pomoću tri različite metode (poglavlja 3.3.1, 4.3.2 i 5.5.1). Dobivene slike su prikazane na svakom histogramu. Histogram ima na x-osi vrijednost piksela, a na y-osi koliko se često na slici pojavljuje takav piksel. Histogrami su izračunati i iscrtani u programu DS9 pomoću opcije *Scale→Scale parameters*.

koje vjerojatno imaju utjecaj ako želimo fotometriju vrlo visoke preciznosti. Međutim, za takvu fotometriju nije poželjno niti koristiti fotoaparat, pa smo kao početnici u fotometriji sasvim zadovoljni i ovakvima FITS slikama.

5.5.3 Utjecaj demozaik metode na PSF zvijezda

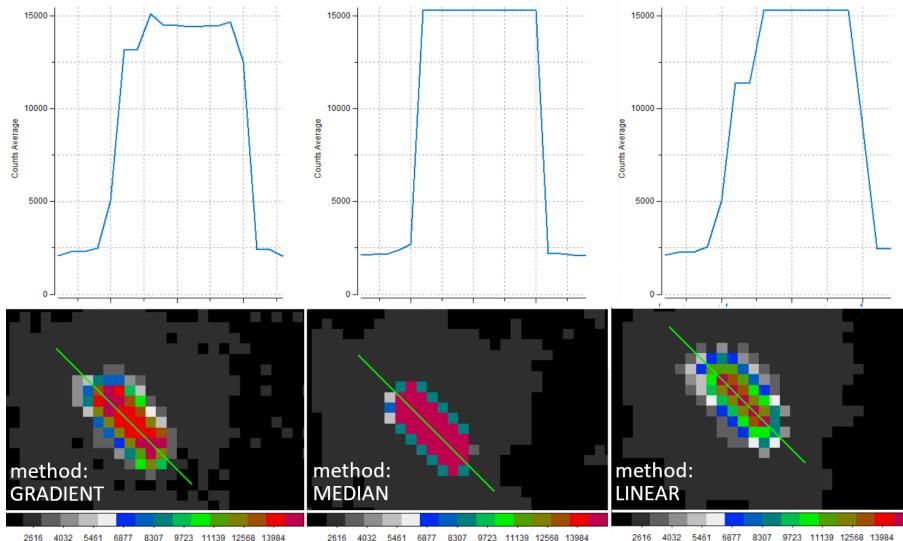
Ako koristimo fotoaparat i želimo podignuti preciznost fotometrije, onda moramo obratiti pažnju na proces demozaika Bayerove matrice u RGB slike zapisane u FITS formatu. Ukoliko vas ne zanima baviti se ovim detaljima, držite se uputa o konverziji u FITS format iz poglavlja 3.3 ili 4.3.2. Tamo se ti parametri fiksirani i možete s njima raditi bez ulazeњa u detalje.

Ako pak želite istražiti što se to točno dešava s vrijednostima piksela ovisno o demozaik metodi, možete izraditi vježbu gdje uspoređujete rezultate fotometrije. Postoje razni algoritmi kojima se radi demozaik, ali osnovni problem je da za piksele koje popunjavamo nemamo točnu informaciju o vrijednostima koje bi pikseli trebali imati. Najbolje što možemo je raznim algoritmima predviđati koje bi to vrijednosti bile temeljem vrijednosti piksela u boji koja mu je pridružena i susjednih piksela za koje znamo točne vrijednosti. Algoritmima ćemo pomoći u preciznosti ako zvijezda pokriva nešto više piksela (preporučujemo 8-10 piksela u promjeru) i ako se usrednjiji rezultat fotometrije iz nekoliko uzastopnih slika gdje se zvijezda malčice pomaknula od slike do slike.



Slika 5.20: Usporedba zvijezde nakon konverzije kroz IRIS i ASTAP. Osim što koriste različite metode za demozaik Bayerove matrice u RGB slike, ASTAP zrcali sliku po vertikalnoj osi (zato su zvijezde izdužene u okomitim smjerovima), te drugačije podešava maksimalne vrijednosti piksela. Sjaj piksela na slikama je obojan (*Color→color* u DS9) stepeničastom bojom da se lakše uoče promjene u sjaju.

Slika 5.20 ilustrira razliku koja postoji već na razini odbabira aplikacije za konverziju u FITS format (IRIS ili ASTAP). Kao što smo opisali u poglavlju 4.3.2, u aplikaciji IRIS možemo kontrolirati koju metodu za demozaik ćemo koristiti. Prilikom podešavanja postavki kamere možemo birati između tri opcije pod *RAW interpolation method*: *linear*, *median* i *gradient*. Slika 5.21 pokazuje jedan takav primjer usporebe te tri metode. Razlike su vrlo uočljive, a preporučamo da se za fotometriju koristi metoda *linear*.



Slika 5.21: Tri različite metode demozaika Bayerove matrice (gradient, median, linear) koje kontrolirate opcijom *RAW interpolation method* opisanoj u poglavlju 4.3.2. Grafovi pokazuju sjaj piksela uzduž linija na slikama ispod grafova. Zvijezda je u sva tri slučaja saturirana, ali oblik profila sjaja zvijezde (PSF) se razlikuje ovisno o demozaik metodi. Sjaj piksela na slikama je obojan (*Color→color* u DS9) stepeničastom bojom da se lakše uoče promjene u sjaju.

Popis literature

- [1] AAVSO Guide to Photometric Uncertainty. The American Association of Variable Star Observers, <https://www.aavso.org/sites/default/files/publications/Uncertainty-V9.pdf>
- [2] Iris tutorial: Make b&w master frames. http://www.astrosurf.com/buil/iris/tutorial2/doc91_us.htm, accessed: 2024-12-25
- [3] Iris tutorial: Preprocessing of digital slr camera images. http://www.astrosurf.com/buil/iris/tutorial3/doc13_us.htm, accessed: 2024-12-25
- [4] The AAVSO DSLR Observing Manual, Supplemental Information, Photometry Software Calibration and Photometry Tutorials, version 1.0. The American Association of Variable Star Observers (2016), <https://www.aavso.org/ccd-camera-photometry-guide>
- [5] The AAVSO DSLR Observing Manual, version 1.4. The American Association of Variable Star Observers (2016), <https://www.aavso.org/dslr-camera-photometry-guide>
- [6] AAVSO Guide to CCD/CMOS Photometry, version 1.0. The American Association of Variable Star Observers (July 2022), <https://www.aavso.org/ccd-camera-photometry-guide>
- [7] Howell, S.B.: Handbook of CCD Astronomy. Cambridge Observing Handbooks for Research Astronomers, Cambridge University Press, 2 edn. (2006)
- [8] Jiang, J., Liu, D., Gu, J., Süsstrunk, S.: What is the space of spectral sensitivity functions for digital color cameras? In: 2013 IEEE Workshop on Applications of Computer Vision (WACV). pp. 168–179 (2013), <https://doi.org/10.1109/WACV.2013.6475015>, (arXiv <https://www.gujinwei.org/research/camspec/camspec.pdf>)
- [9] Kolláth, Z., Cool, A., Jechow, A., Kolláth, K., Száz, D., Tong, K.P.: Introducing the dark sky unit for multi-spectral measurement of the night sky quality with commercial digital cameras. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer **253**, 107162 (2020), <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022407319309653>
- [10] Solomatov, G., Akkaynak, D.: Spectral sensitivity estimation without a camera. In: 2023 IEEE International Conference on Computational Photography (ICCP). pp. 1–12 (2023), <https://doi.org/10.1109/ICCP56744.2023.10233713>, (arXiv <https://arxiv.org/abs/2304.11549>)

